

FORÆLDREBELIEFS OG REGNESTRATEGIER

En forskningsbaseret analyse af krydsfelter

PARENTAL BELIEFS AND MATH STRATEGIES

A Research-Based Analysis of Cross Fields



SPECIALE I DIDAKTIK MATEMATIK

Aarhus Universitet, Institut for Pædagogik og Uddannelse, København

Abstract

This thesis examines the perspectives in mathematics didactic research on parents' mathematics-related beliefs in relation to calculation strategies. This is done by preparing two hermeneutic literature reviews; one that examines parents' mathematics-related beliefs, and one that examines the literature's proposals for teaching with calculation strategies in light of Guy Brousseau's theory of didactic situations.

The results are compared in a matrix that makes it possible to examine the extent to which it can be argued that parents' mathematics-related beliefs either support or oppose the recommended approaches to working with calculation strategies. Teaching with a focus on calculation strategies, with a problem-solving element, is in many ways far from the teaching that parents remember and know.

Parents' beliefs about mathematics are divided into two; school mathematics and everyday mathematics. Parents seek more practical teaching, despite their own experiences with teaching that is characterized by rote learning and traditional methods. Additionally, beliefs about gender stereotypes and the mindset that success in mathematics is due to ability or effort are particularly prevalent in the final list of parents' mathematics-related beliefs.

Indholdsfortegnelse

1	INDLEDNING	9
1.1	MOTIVERING	9
1.2	PROBLEMFOMULERING	10
1.3	SPECIALETS ANALYTISKE STRUKTUR	11
1.3.1	LÆSEVEJLEDNING	12
2	METODE	13
2.1	METODE SOM VIDENSKABSTEORI	14
2.2	METODE SOM UNDERSØGELSESLØGK	14
2.2.1	BEGRUNDELSE FOR VALG AF HERMENEUTISK LITTERATURREVIEW	16
2.3	METODE SOM TEKNIK TIL AT GENERERE OG BEHANDLE DATA	17
3	HERMENEUTISK LITTERATURREVIEW	19
3.1	FØRSTE ITERATION	19
3.1.1	FORÆLDRES MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	19
3.1.2	REGNESTRATEGIER	20
3.2	ANDEN ITERATION	21
3.2.1	FORÆLDRES MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	21
3.2.2	REGNESTRATEGIER	22
3.3	TREDJE ITERATION	22
3.3.1	FORÆLDRES MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	23
3.3.2	REGNESTRATEGIER	23
4	INTRODUKTION TIL ANALYSE	25
4.1	KATEGORISERING AF LITTERATUREN	25
4.2	ANALYSESTRUKTUR	25
4.3	AFSLUTTENDE ANALYSE	26
5	REVIEW OG ANALYSE AF FORÆLDRES MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	27
5.1	BELIEFS	27
5.1.1	DEFINITION AF BELIEF BEGREBET	27
5.1.2	MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	28
5.2	ENDELIG KATEGORISERING AF FORÆLDRES MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	29
5.2.1	KORTLÆGNINGSSKEMA OVER FORÆLDRES MATEMATIKRELATEREDE BELIEFS	31
5.3	BELIEFS OM SELVET	32
5.3.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE SELVET	33
5.3.2	SELVEFFEKTIVITET	34

5.3.3	MATEMATIK ER SVÆRT	35
5.3.4	MINDSET	36
5.3.5	MATEMATIKANGST	37
5.3.6	OPSUMMERING	38
5.4	BELIEFS OM DEN SOCIALE KONTEKST	39
5.4.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE DEN SOCIALE KONTEKST	40
5.4.2	KØNSSTEREOTYPER	40
5.4.3	INTERAKTION	42
5.4.4	OPSUMMERING	44
5.5	BELIEFS OM MATEMATIKUNDERVISNING	45
5.5.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE MATEMATIKUNDERVISNING	46
5.5.2	UNDERVISNINGSMETODER	46
5.5.3	PRODUKTIVE VANSKELIGHEDER	47
5.5.4	FEJL	48
5.5.5	TIDLIG MATEMATIK	49
5.5.6	OPSUMMERING	50
5.6	BELIEFS OM MATEMATIK SOM DISCIPLIN	52
5.6.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE MATEMATIK SOM DISCIPLIN	53
5.6.2	MATH VALUE	53
5.6.3	FORMELLE OG UFORMELLE AKTIVITETER	54
5.6.4	OPSUMMERING	55
5.7	DELKONKLUSION	56
6	REVIEW OG ANALYSE AF REGNESTRATEGIER	59
6.1	REGNESTRATEGIER	59
6.1.1	HVAD ER REGNESTRATEGIER?	59
6.1.2	HVORFOR UNDERVISE I REGNESTRATEGIER?	60
6.1.3	HVORDAN UNDERVISE I REGNESTRATEGIER?	61
6.2	ENDELIG KATEGORISERING AF ANBEFALINGER FOR REGNESTRATEGIER	62
6.2.1	KORTLÆGNINGSSKEMA OVER REGNESTRATEGIER	65
6.3	SOCIOMATEMATISKE NORMER	66
6.3.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE SOCIOMATEMATISKE NORMER	67
6.3.2	SOCIOMATEMATISKE NORMER	67
6.3.3	OPSUMMERING	68
6.4	INSTITUTIONALISERING	69
6.4.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE INSTITUTIONALISERING	70
6.4.2	LÆRERVIDEN	71
6.4.3	ÆKSPPLICIT INSTRUKTION	72
6.4.4	VÆRDSÆT ELEVERS BIDRAG	73
6.4.5	REPRÆSENTATIONER	74
6.4.6	OPSUMMERING	75
6.5	DEVOLUTION	77
6.5.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE DEVOLUTION	78
6.5.2	VIRKELIGHEDSNÆRE PROBLEMSTILLINGER	79
6.5.3	STILLE SPØRGSMÅL	80
6.5.4	TÆNKETID	81
6.5.5	AKTIVERE FORHÅNDSVIDEN	82
6.5.6	OPSUMMERING	83

6.6	AKTION	84
6.6.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE AKTION	85
6.6.2	UDVIKLE EGNE STRATEGIER	86
6.6.3	BRED VIFTE AF STRATEGIER	87
6.6.4	OPSUMMERING	87
6.7	FORMULERING OG VALIDERING	89
6.7.1	KATEGORISERING VEDRØRENDE FORMULERING OG VALIDERING	90
6.7.2	DELE	91
6.7.3	DISKUTERE OG SAMMENLIGNE STRATEGIER	92
6.7.4	FORKLARE ANDRES RÆSONNEMENTER	92
6.7.5	BRUGE FEJL KONSTRUKTIVT	93
6.7.6	OPSUMMERING	94
6.8	DELKONKLUSION	95
7	ANALYSE AF KRYDSFELTER MELLEM BELIEFS OG REGNESTRATEGIER	97
7.1	ANALYSER MED AFSÆT I REGNESTRATEGIER	99
7.2	ANALYSER MED AFSÆT I FORÆLDRE BELIEFS	99
7.3	FØRSTE ANALYTISKE NEDSLAG: INTERAKTION	101
7.3.1	KOBLING MELLEM <i>INTERAKTION</i> OG <i>STILLE SPØRGSMÅL</i>	102
7.4	ANDET ANALYTISKE NEDSLAG: FORMELLE OG UFORMELLE AKTIVITETER	105
7.4.1	KOBLING MELLEM <i>FORMELLE OG UFORMELLE AKTIVITETER</i> OG <i>VIRKELIGHEDSNÆRE PROBLEMSTILLINGER</i>	106
7.5	DELKONKLUSION	109
8	KONKLUSION	111
9	PERSPEKTIVERING	115
9.1	SPECIALETS KVALITET	115
9.2	PERSPEKTIVER PÅ EVT. UDVIDELSE AF PROJEKTET	116
9.3	AFSLUTTENDE REFLEKSIONER OVER PROCESSEN OG PROJEKTET	116
10	LITTERATURLISTE	117
11	BILAGSOVERSIGT	125

1 Indledning

Jeg oplever i folkeskolen i dag en markant kløft mellem det matematiksyn, som præger undervisningen og det matematiksyn, som mange forældre har grundet erfaringer og forståelse fra egen skoletid. Matematikfaget og tilgangen til matematik har gennemgået betydelige forandringer, hvor fokus i dag i langt højere grad ligger på elevers forståelse og fleksible regnestrategier fremfor at regne hurtigt og rigtigt (Fuson, 2009; Verschaffel & De Corte, 1996). Denne udvikling betyder, at forældre ikke nødvendigvis er fortrolige med de metoder, der anvendes i skolen i dag, hvilket kan gøre det vanskeligt for dem at støtte deres børn optimalt.

Som lærer og matematikvejleder gennem mange år er jeg stødt på mange forældre, der føler sig usikre på, hvordan de bedst kan hjælpe deres børn, ofte fordi deres erfaringer står i så stor kontrast til skolens nuværende praksis.

Beliefs generelt er et felt, der er blevet studeret meget og der findes meget, litteratur omkring det, men forældrebeliefs og særligt forældres matematikrelaterede beliefs ser ud til at være underbelyst. Ved at opnå en større forståelse for forældres matematikrelaterede beliefs, kan vi som undervisere i endnu højere grad vejlede forældre og dermed også styrke elevers læringsoplevelse.

Jeg finder det derfor relevant at undersøge, hvilke beliefs forældre har om matematik og regnestrategier, og hvordan de kommer til udtryk i deres støtte til børnene.

1.1 Motivering

Min motivation for at undersøge forældres matematikrelaterede beliefs har både et personligt og et fagligt afsæt. Personligt er jeg motiveret af mit arbejde som lærer, og de erfaringer jeg har fået. Her har jeg gentagne gange oplevet, hvordan forældres forståelse og tilgang til matematik har stor betydning for, hvordan de kan støtte deres børn i skolearbejdet. Gennem samarbejde med både forældre og kolleger er det blevet tydeligt, at mange forældre savner viden om de metoder og strategier, der præger nutidens matematikundervisning.

Fagligt finder jeg området særligt interessant, da omfanget af forskning om forældres matematikrelaterede beliefs og deres betydning for børns læring er begrænset, hvilket også er blevet endnu mere tydeligt for mig under arbejdet med dette projekt. Forældres rolle har stor betydning for elevers motivation og tilgang til faget. Min faglige motivation er derfor at skabe øget opmærksomhed på forældrenes betydning for elevers læring i matematik.

Jeg ønsker at undersøge forældres matematikrelaterede beliefs om regnestrategier ved at belyse den eksisterende forskningslitteratur inden for hver af de to emner og til slut at sammenholde mine fund.

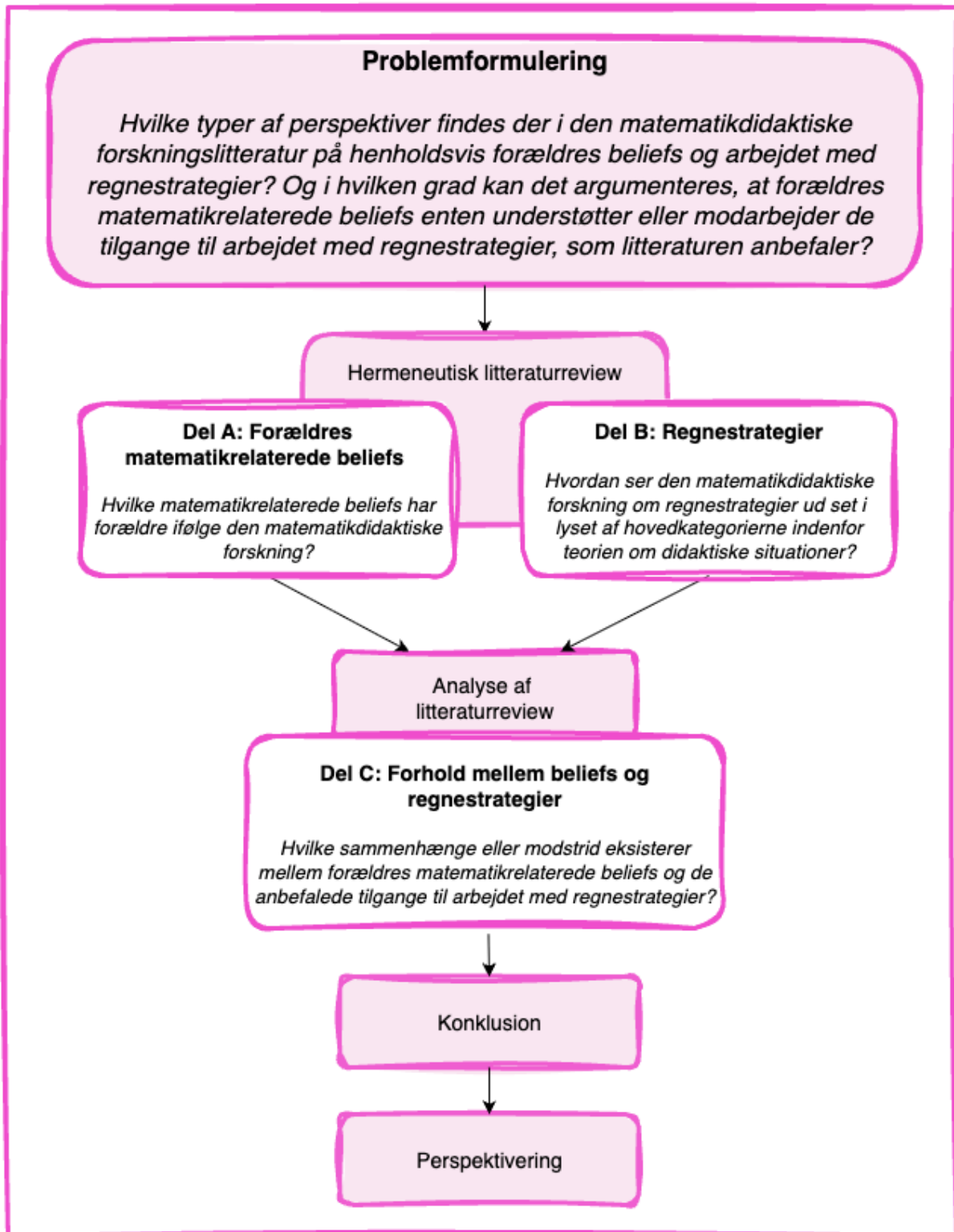
Dette danner grundlaget for min endelige problemformulering.

1.2 Problemformulering

*Hvilke typer af perspektiver findes der i den matematikdidaktiske forskningslitteratur på henholdsvis **forældres beliefs** og arbejdet med **regnestrategier**? Og i hvilken grad kan det argumenteres, at forældres matematikrelaterede beliefs enten **understøtter** eller **modarbejder** de tilgange til arbejdet med regnestrategier, som litteraturen anbefaler?*

1.3 Specialets analytiske struktur

I det følgende vil jeg redegøre for specialets analytiske struktur (figur 1).



Figur 1: Specialet analytiske struktur

1.3.1 Læsevejledning

Specialet vedrører to centrale matematikdidaktiske områder; *forældres matematikrelaterede beliefs* og *regnestrategier*.

Jeg vil besvare min problemformulering ved at udarbejde to hermeneutiske litteraturreviews. Ét hvor jeg undersøger matematikdidaktikkens forskningsblik på forældres matematikrelaterede beliefs (kapitel 5), og ét hvor jeg undersøger den matematikdidaktiske forskning om regnestrategier set i lyset af hovedkategorierne inden for teorien om didaktiske situationer (kapitel 6). Jeg har opstillet et delspørgsmål til hvert område, som vil danne udgangspunkt for de to reviews.

Mine to reviews består hver af tre iterationer, der hver især tager afsæt i min forforståelse og fund fra forrige iteration. Hver iteration indeholder en fortolkning og analyse af den valgte forskningslitteratur og min forforståelse, vil udvikle sig i takt med udførelsen af hver iteration. Efter tredje iteration laver jeg en opsamlende analyse af litteraturens bud af henholdsvis forældres matematikrelaterede beliefs og regnestrategier (afsnit 5.7 og 6.8).

De to reviews laves med henblik på at sammenholde forældres matematikrelaterede beliefs med de anbefalede tilgange til regnestrategier. Resultaterne fra de to reviews vil jeg sammenholde i en matrix og komme med analyser over udvalgte perspektiver (kapitel 7). Jeg kan af pragmatiske årsager ikke nå omkring alle krydsfelter, men udvælger enkelte snit.

Afslutningsvis vil jeg lave en konklusion (kapitel 8), hvor jeg besvarer min problemformulering og en perspektivering (kapitel 9).

Kildeanvisninger i specialet er angivet efter APA7-standard og figurer og tabeller med forklarende tekst er nummeret fortløbende. Forkortelser indsættes i parentes, efter første gang de bruges.

2 Metode

I dette kapitel vil jeg introducere og argumentere for mit valg af specialets overordnede metodiske tilgang. Jeg ønsker en kvalitativ tilgang til at undersøge mit problemfelt, hvilket Brinkmann og Tanggaard (2022) rammer således ind: ”Når forskning er kvalitativ, betyder det almindeligvis, at man interesserer sig for, *hvordan* noget gøres, siges, opleves, fremtræder eller udvikles. Man er fx optaget af at beskrive, forstå, fortolke eller dekonstruere den menneskelige erfarings *kvaliteter*” (Brinkmann & Tanggaard, 2022, s. 15). Dette er i modsætning til den kvantitative forskning hvor man er interesseret i *kvantiteter* og derved er optaget af at undersøge, *hvor meget* der findes af noget (Brinkmann & Tanggaard, 2022).

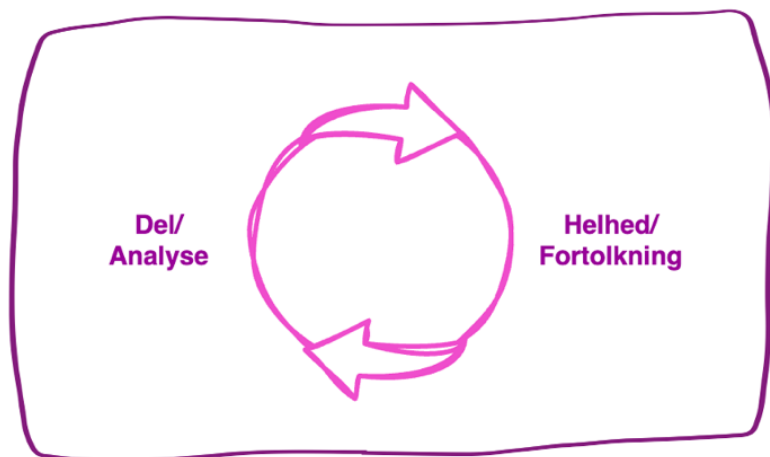
Jeg vil tage udgangspunkt i de tre niveauer som Dahler-Larsen (2010 [2002]) anbefaler, når en metode skal behandles; *Metode som videnskabsteori, metode som undersøgelseslogik og metode som teknik til at generere og behandle data*. Her argumenteres for, at man i kvalitative undersøgelser opererer med et fleksibelt design, da de vigtigste kategorier i undersøgelsen ikke er fastlagt af undersøgelsen på forhånd, men derimod udvikles i selve undersøgelsesarbejdet. I den forbindelse argumenteres der for, at *metode som undersøgelseslogik* bør være den mest styrende, da det netop er her, fleksibiliteten ligger, og med rig mulighed for at undersøgelsen udvikles undervejs. Hansen og Højgaard (2019) argumenterer også herfor og påpeger yderligere, at undersøgelseslogikken agerer skelet for den samlede undersøgelse, som vil binde de forskellige dele af undersøgelsen sammen. En meningsfuld og transparent undersøgelseslogik har stor betydning for undersøgelsens kvalitet og troværdighed.

At vælge *metode som undersøgelseslogik* som det styrende element, danner en god ramme for min undersøgelse, hvor jeg ønsker at undersøge, hvilke perspektiver der findes i forskningslitteraturen på forældres matematikrelaterede beliefs om regnestrategier. Det kræver en forståelse for, hvordan forældres matematikrelaterede beliefs ifølge forskningslitteraturen kommer til udtryk, hvilket skal sammenholdes med forskningslitteraturens bud på undervisning med regnestrategier set i lyset af hovedkategorierne inden for teorien om didaktiske situationer. Fokus er derfor på at forstå, fortolke og skabe sammenhænge i det, der kommer frem om problemfeltet gennem forskningslitteraturen.

2.1 Metode som videnskabsteori

Inden for humanvidenskaberne er hermeneutikken kernen til forståelse og fortolkning af menneskelige handlinger, hvor betydningen af fortolkning og mening understreges som helt centrale. Hermeneutikken hævder, at der er vigtige forskelle mellem naturvidenskaberne og humanvidenskaberne. Naturvidenskaberne søger forklaringer på ikke-meningsfulde fænomener, hvorimod humanvidenskaberne fokuserer på fortolkninger, der udspringer af menneskers intentioner og handlinger (Pahuus, 2015).

At arbejde hermeneutisk handler om at skifte mellem kontekst og fokus, og hvor fortolkeren hele tiden er opmærksom på egen rolle og forståelse. Det er således ikke muligt at være objektiv, men forskeren indtager en subjektiv rolle både under indsamlingen og i fortolkningen af data. Undervejs vil der opstå nye forståelser, som giver anledning til nye fortolkninger, og som i sidste ende vil give et helt og sammenhængende billede (Pahuus, 2015), hvilket også illustreres i den hermeneutiske cirkel i figur 2.



Figur 2: Den hermeneutiske cirkel. Frit tegnet efter Larsen (2023)

2.2 Metode som undersøgelseslogik

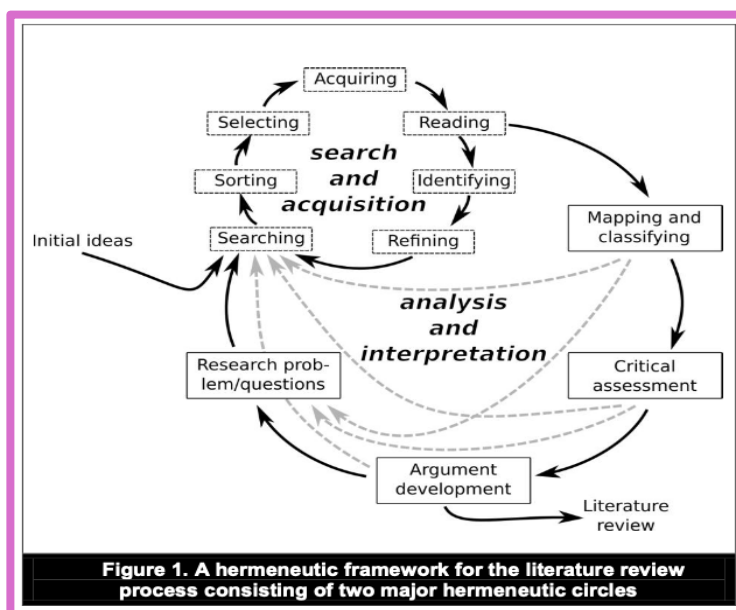
Jeg har valgt at lave litteraturreviews, da det kan hjælpe mig med at skabe overblik over eksisterende forskningslitteratur. Jeg vil redegøre for forskellige reviews for til sidst at begrunde mit valg af hermeneutisk review.

Et *narrativt litteraturreview* er det traditionelle review, og er det mest enkle og almindelige (Machi & McEvoy, 2022). Det udspringer fra humanistiske videnskaber, og starter oftest med en forskningsinteresse, som udvælges, identificeres og indsnævres i den indledende udforskning af

litteraturen. Problemfelt og analysespørgsmål kan ændres undervejs i takt med at interessen evt. flytter sig. Det særlige ved et narrativt review er, at metoden ikke er så stringent, men med en fare for at potentiel relevant forskningslitteratur ikke bliver inkluderet da forskeren enten er uvidende om det, eller bevidst vælger det fra. Der gives sjældent forklaringer på kriterier, der bruges til at udvælge og identificere relevant litteratur, hvilket er uhensigtsmæssigt, da det kan være svært for andre at vurdere troværdigheden (Thomas et al., 2017).

Et *systematisk litteraturreview* udspringer derimod fra naturvidenskaben og bygger på en kortlægning, der udføres efter en fast plan eller metode (Rieper, 2013; Thomas et al., 2017). Denne form for review er i modsætning til det narrative meget struktureret og stringent i skabelsen af et overblik. Det kommer til udtryk ved, at det fra start kræver en fast problemformulering med faste undersøgelsesspørgsmål, som udgør en lineær proces. Det er ligeledes centralt, at der foreligger en klar systematik og begrundelser for de valg, der træffes undervejs, hvilket gør sig gældende for både inkluderet og ekskluderet litteratur.

Mit endelige valg er det *hermeneutiske litteraturreview* der ligesom det narrative, er udsprunget af de humanistiske videnskaber. Det særlige ved det hermeneutiske review er, at det foregår i en iterativ proces, hvor de enkelte dele af processen gentages og forskeren kan frit springe mellem handlinger alt efter, hvad der giver mening. Det betyder derfor at problemformuleringen sagtens kan ændre sig undervejs, og det samme gør sig gældende for underspørgsmålene (Boell & Cecez-Kecmanovic, 2014). I et hermeneutisk review går man metodisk til værks, idet man igennem den iterative proces forsøger at *forstå og fortolke*. Gennem den nye forståelse vil forskeren forstå og fortolke litteratur på nye måder og på den baggrund have et nyt udgangspunkt for at søge litteratur (Boell & Cecez-Kecmanovic, 2010). Denne proces beskrive med en hermeneutisk ramme for litteraturgennemgang (figur 3).



Figur 3: Ramme for hermeneutisk litteraturreview (Boell & Cecez-Kecmanovic, 2014)

Den hermeneutiske ramme består af to sammenflettede cirkler og bygger på elementer fra den hermeneutiske cirkel (figur 2), hvor forståelsesprocessen udvikles i en vekselvirkning mellem dele og helheder. Det sker både i hver enkelt cirkel, men også mellem de to cirkler.

Den lille hermeneutiske cirkel i figur 3 er *search and acquisition* (søge og erhvervelse), og det er her ny relevant forskningslitteratur identificeres. Den store cirkel er *analysis and interpretation* (analyse og fortolkning), og det er her den samlede erhvervede og læste forskningslitteratur analyseres og fortolkes. Det foregår i en vekselvirkning mellem de to cirkler og er tilsammen, det der udgør hver iteration.

2.2.1 Begrundelse for valg af hermeneutisk litteraturreview

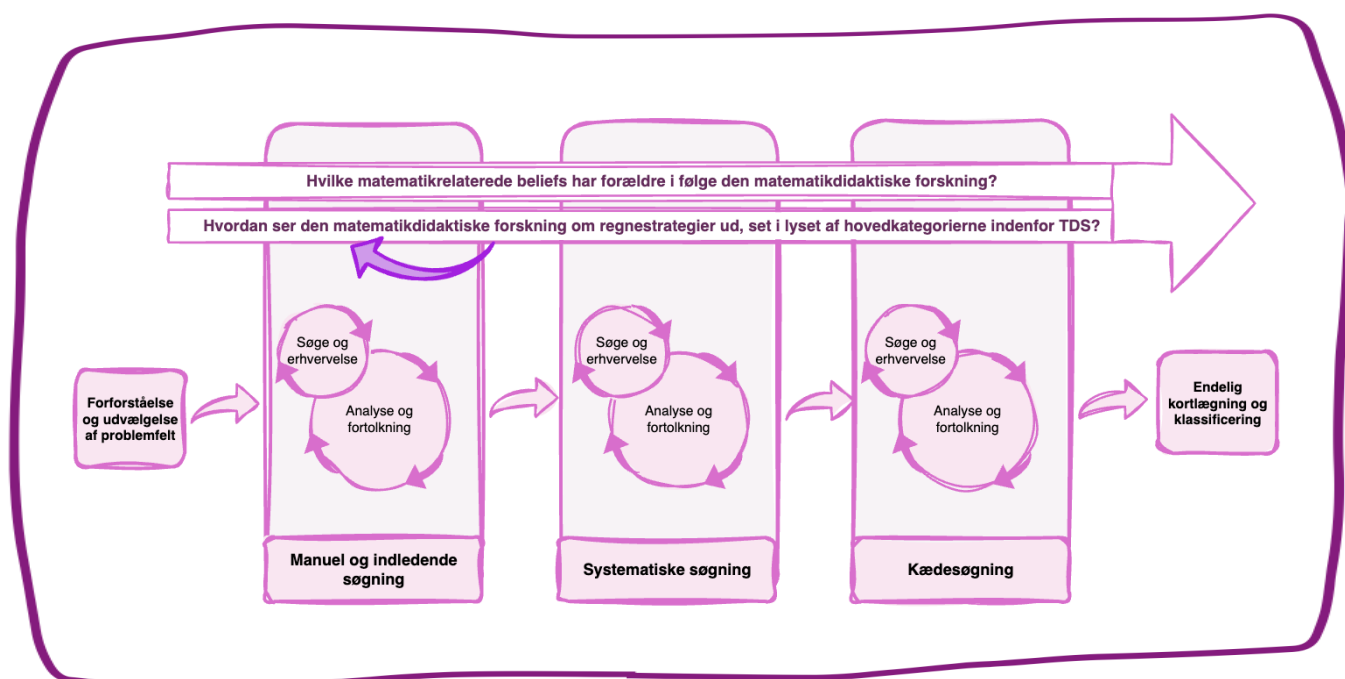
De tre omtalte reviewformer har hver deres fordele og ulemper. Schoenfeld (2007) argumenterer for tre fundamentale dimensioner i forhold til forskningsstudier, som er med til at afgøre hvor pålidelige studier er:

- *Troværdighed*, om i hvor høj grad undersøgelsen fremstår pålidelig.
- *Generaliserbarhed*, om i hvilke situationer og sammenhænge undersøgelsen er relevant for.
- *Vigtighed*, om i hvor høj grad undersøgelsen er vigtig og relevant.

De tre dimensioner har været afgørende i mine overvejelser og for mit endelige valg af hermeneutisk review. Det narrative review er en subjektiv og relativ åben metode, hvilket kan give lav troværdighed og generaliserbarhed, hvorimod det systematiske review, på grund af dens objektivitet har en høj troværdighed. I det hermeneutiske review kan søgningen i en iteration bidrage til at kvalificere søgningen i de følgende iterationer, og relevant litteratur kan indhentes undervejs. Dog er det afgørende at være tydelig i fremgangsmåden og få beskrevet undersøgelsen nøje, hvilket er med til at sikre en højere troværdighed og generaliserbarhed (Schoenfeld, 2007). Årsagen, til at mit valg er faldet på hermeneutisk review som undersøgelseslogik, er netop den fleksibilitet, der er i metoden. Her har jeg mulighed for at ændre min problemformulering og mine delspørgsmål løbende i takt med at jeg bliver klogere eller nysgerrig på at gå andre veje. Det skulle vise sig at have stor betydning for min endelige problemformulering og delspørgsmål, hvilket jeg vil uddybe i afsnit 3.1.2, om første iteration af regnestrategier.

2.3 Metode som teknik til at generere og behandle data

Metode til at generere og behandle data inden for hermeneutisk review kræver færdigheder inden for søgning, idet der skal findes og identificeres relevant litteratur. Boell og Cecez-Kecmanovic (2014) anbefaler at starte med redigerede bøger eller litteraturreviews, ligesom det anbefales at tage noter under søgningerne. Jeg ønskede at gennemføre tre iterationer til indsamling og behandling af data. De tre iterationer har jeg valgt at navngive: *manuel og indledende søgning*, *systematisk søgning* og *kædesøgning*, hvilket også fremgår af figur 4.



Figur 4: Illustration af mit hermeneutiske review

Mine to separate reviews vil jeg til slut sammenkoble. Jeg ønsker således at finde litteraturens bud på følgende to spørgsmål:

- *Hvilke matematikrelaterede beliefs har forældre ifølge den matematikdidaktiske forskning?*
- *Hvordan ser den matematikdidaktiske forskning om regnestrategier ud set i lyset af hovedkategorierne indenfor teorien om didaktiske situationer?*

I første iteration, den *manuelle og indledende søgning*, fulgte jeg *søge og erhvervelse* til at finde og udvælge relevant litteratur for derefter at følge *analyse og fortolkning* til at kortlægge og

klassificere ud fra min nuværende forståelse. I anden iteration, den *systematiske søgning*, udvidede jeg, med udgangspunkt i nøglebegreber fra første iteration. Stadig med flere gentagelser fra *søge og erhvervelse*, hvor jeg udpegede og tilpassede relevante søgeord til identificering af flere relevante tekster for til slut at følge *analyse og fortolkning* til at kortlægge og klassificere ud fra min justerede helhedsforståelse fra første iteration. I tredje og sidste iteration benyttede jeg mig af *kædesøgning*, hvor relevante referencer fra tekster blev brugt til at finde yderligere litteratur.

Hvornår reviewet bør afsluttes er individuelt, da hver iteration kan bidrage med yderligere litteratur og dermed også øge forståelsen af området. På et tidspunkt vil man nå til et punkt, hvor området er så mættet at ny litteratur byder på marginale forbedringer i forståelsen af emnet. Begge reviews er udført på samme måde og min proces er skitseret i figur 4 og bliver uddybet i næste kapitel.

3 Hermeneutisk litteraturreview

Jeg har udarbejdet to hermeneutiske litteraturreviews; *forældres matematikrelaterede beliefs* og *anbefalingen om undervisning i regnestrategier set i lyset af TDS*. Jeg vil i det følgende redegøre for de tre iterationer og mine resultater i de to reviews. Den fulde beskrivelse med nærmere detaljer og beskrivelser af processerne under de to reviews samt de tre iterationer indenfor hvert review kan findes i henholdsvis bilag 1, 2 og 3. De to reviews er foretaget og afsluttet efter hinanden, men i og med at det næsten er samme proces, jeg har været igennem, vælger jeg at beskrive dem sideløbende, hvilket også gør sig gældende i bilagene.

3.1 Første iteration

I første iteration anbefales det af Boell og Cecez-Kecmanovic (2014) at starte med at finde forskningslitteratur der opsummerer og samler forskning inden for det valgte problemfelt. Jeg lavede en manuel søgning, hvor jeg gennemgik litteratur, der indeholder nyeste forskning inden for matematikdidaktik. Jeg gennemgik indholdsfortegnelser og abstracts inden min endelige udvælgelse. Med udgangspunkt i min læsning kunne jeg opstille læsefokuserede spørgsmål, som hjalp mig med at holde retning i det videre arbejde, samt finde søgeord som jeg skulle bruge i min anden iteration. Jeg vil i det følgende kort beskrive mine resultater af iteration 1. En mere dybdegående beskrivelse af iteration 1 kan findes i bilag 1.

3.1.1 Forældres matematikrelaterede beliefs

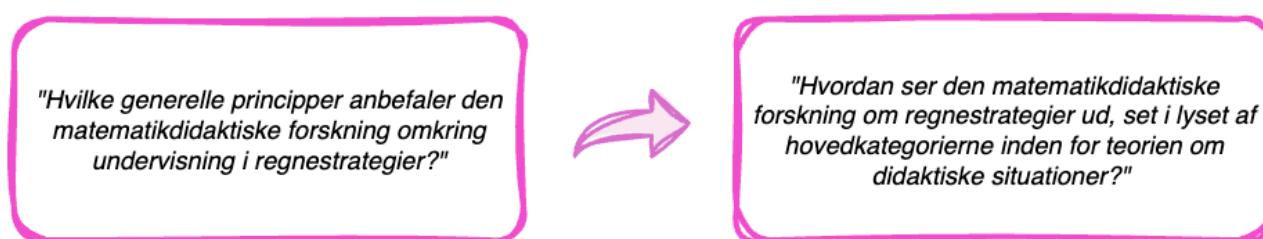
I første iteration fremtrådte tydelige kategorier som jeg efterfølgende kunne opstille mine læsefokuserede spørgsmål ud fra: En kategori omhandlende forældrenes beliefs af matematikundervisningen, herunder undervisningsmetoder som udenadslære og traditionelle metoder og en kategori omhandlende forældres tro på egne evner, samt hvorvidt de ser matematikfærdigheder som medfødt eller som en kompetence, der kan udvikles, hvilket primært relaterer sig til selvet. Derudover fremkom også beliefs omhandlende, hvordan forældres holdninger kommer til udtryk i samspillet med barnet, - altså den sociale interaktion mellem barn og forældre. Endelig blev det tydeligt, at værdien og vigtigheden af matematik som fag og disciplin i samfundet var et gennemgående tema, - særligt i forhold til anvendelighed og i at kunne begå sig i samfundet.

Ud af disse kategorier kunne jeg opstille fire læsefokuserede spørgsmål til det videre arbejde:

- *Hvilke forestillinger har forældre om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres?*
- *Hvilke opfattelser har forældre om egne evner og erfaringer med matematik?*
- *Hvordan kommer forældres egne overbevisninger om matematik til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring?*
- *Hvordan ser forældrene på matematik som et fag og en disciplin, der er nødvendig i samfundet?*

3.1.2 Regnestrategier

Min første tanke var at undersøge generelle anbefalinger for undervisning med regnestrategier, men i nærlæsning af den indsamlede litteratur stødt jeg flere steder på anbefalinger om at gå til arbejdet med regnestrategier på samme måde som med problemløsning (Clarke, 2004; Novotná et al., 2018; Swanson et al., 2022; Verschaffel et al., 2006). Bl.a. blev teorien om didaktiske situationer (TDS) af Brousseau (1997) nævnt som mulig tilgang og jeg blev derfor nysgerrig, på om mine fund kunne kategoriseres under hovedkategorierne fra TDS. Jeg gik tilbage i litteraturen og genlæste publikationerne, hvilket også illustreres af den lilla pil i figur 4. Dette var for at undersøge, hvordan hovedkategorierne fra TDS kunne danne grundlag for min kategorisering, hvorefter jeg omformulerede mit delspørgsmål B (figur 5).



Figur 5: Ændring i spørgsmål B

Under min læsning fandt jeg kategorier, der bl.a. matcher hovedkategorier og principperne for TDS. Fx træder didaktiske og adidaktiske situationer tydeligt frem, ligesom jeg fandt tegn på temaer, der passer under kategorierne fra TDS. Jeg vil uddybe rammerne om TDS nærmere i kapitel 6 inden min endelige kategorisering.

Jeg vurderer, at der i min læsning kommer tre overordnede temaer, som er henholdsvis didaktiske og adidaktiske, og som er relevante for den endelige kategorisering i forhold til TDS. De tre temaer, som jeg vil tage udgangspunkt i er; *lærerens rolle, elevernes selvstændige arbejde og fælles opsamling*.

På baggrund af dette opstillede jeg læsefokuserede spørgsmål, som vil danne udgangspunkt for min læsning i iteration 2:

- *Hvordan kan læreren støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i de didaktiske situationer?*
- *Hvordan udvikler og afprøver eleverne egne regnestrategier, når de arbejder selvstændigt i adidaktiske situationer?*
- *Hvordan kan fælles opsamling bruges til at udvikle elevernes strategiforståelse?*

3.2 Anden iteration

Anden iteration var en systematisk databasesøgning. Jeg benyttede mig af databaserne AU Library (Det Kongelige Bibliotek) og ERIC. Jeg vil i det følgende kort beskrive mine resultater af iteration 2. En mere dybdegående beskrivelse af processen i iterationen kan findes i bilag 2.

3.2.1 Forældres matematikrelaterede beliefs

Jeg prioriterede at anvende ERIC til søgning af udenlandsk litteratur og AU Library til søgning af dansk og nordisk litteratur. Min søgning resulterede i en samlet mængde på 220 publikationer.

Søgningen var med afsæt i titel og abstract igennem en screeningsproces med følgende kriterier:

- Jeg inkluderede publicerede fagfælle-bedømte artikler, bøger, rapporter, konferencepapirer, ph.d.-afhandlinger, men ekskluderede anmeldelser og uddannelsesopgaver.
- Jeg inkluderede publikationer på dansk, svensk, norsk og engelsk og ekskluderede alle andre sprog.
- Jeg inkluderede publikationer omhandlende forældres matematikrelaterede beliefs og ekskluderede publikationer, der udelukkende omhandlede lærer- og elevbeliefs.

- Matematikrelaterede beliefs sættes ofte i relation til matematikangst, køn og elevers påvirkning af forældres beliefs. Jeg ekskluderede derfor publikationer, der udelukkende omhandlede matematikangst og køn.

Efter anvendelse af ovenstående kriterier og efterfølgende skimmelæsning var der 15 relevante publikationer i denne iteration.

3.2.2 Regnestrategier

Også her anvendte jeg ERIC og AU Library. Min søgning resulterede i en samlet mængde på 301 publikationer.

Søgningen var med afsæt i titel og abstract, igennem en screeningsproces med følgende kriterier:

- Jeg inkluderede publicerede fagfælle-bedømte artikler, bøger, rapporter, konferencepapirer, ph.d.-afhandlinger, men ekskluderede anmeldelser og uddannelsesopgaver.
- Jeg inkluderede publikationer på dansk, svensk, norsk og engelsk og ekskluderede alle andre sprog.
- Jeg inkluderede publikationer omhandlende generelle anbefalinger om regnestrategier, men ekskluderede publikationer om problemløsningsstrategier, konkrete beskrivelser af strategier og strategier til udvikling af talforståelse.

Efter anvendelse af ovenstående kriterier og efterfølgende skimmelæsning var der 13 relevante publikationer i denne iteration.

3.3 Tredje iteration

I tredje iteration gjorde jeg brug af *kædesøgning*, som Boell og Cecez-Kecmanovic (2014) anbefaler til at finde andre relevante tekster inden for samme tema. Helt konkret brugte jeg *citationssøgning*, hvor jeg tog udgangspunkt i referencer fra publikationer fra første og anden iteration samt *sneboldsøgning*, hvor jeg brugte nye publikationers referencer til at finde mere relevant litteratur. Til at finde og hente nye publikationer brugte jeg AU Library og Google Scholar. I denne iteration

havde jeg fokus på relevante forskere og kunne på baggrund af de tre iterationer illustrere et samlet overblik i to separate kortlægningskemaer.

Jeg vil i det følgende kort beskrive mine resultater af iteration 3. En mere dybdegående beskrivelse af processen i iterationen kan findes i bilag 3. Den specifikke kortlægning og klassificering inden for de to temaer præsenteres i starten af hver af de to review- og analysekapitler, henholdsvis kapitel 5 og 6.

3.3.1 Forældres matematikrelaterede beliefs

Min kædesøgning omkring forældres matematikrelaterede beliefs førte mig til yderligere 6 publikationer. Jeg fandt yderligere argumenter for mine kategorier og opnåede større forståelse og argumentation for de identificerede kategorier i første og anden iteration.

3.3.2 Regnestrategier

Min kædesøgning indenfor regnestrategier førte til yderligere 7 publikationer. I denne iteration lykkedes det mig at finde yderligere argumenter for mine kategorier. Jeg opnåede større forståelse og argumentation for de identificerede kategorier, men jeg oplevede særligt i denne iteration at publikationerne kunne bidrage til spørgsmålet, om *hvordan læreren kan støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i de didaktiske situationer?* Det blev tydeligt, at sociomatematiske normer (SM) var nødvendige som en kategori for sig, på trods af at det er grundlaget for arbejdet med TDS. Ligesom jeg valgte at slå to af hovedkategorierne fra TDS sammen (*formulering og validering*), da temaerne inden for disse kategorier overlappede.

4 Introduktion til analyse

Formålet med dette kapitel er at give en introduktion til de gennemførte analyser. Specialet indeholder to hermeneutiske reviews, som hver er inddelt i et antal kategorier, hvor der er udarbejdet separate analyser. Efterfølgende har jeg udarbejdet en samlet analyse, hvordan områderne spiller sammen.

4.1 Kategorisering af litteraturen

Jeg vil her præsentere specialets hovedresultater. Mine to analyser er endt ud i en kortlægning af de enkelte publikationer inden for hvert område. Tabellerne vil danne ramme for hver deres analyse og vil præsenteres inden den enkelte analyse. Det er ikke en udtømmende kortlægning, da jeg af pragmatiske årsager måtte stoppe min søgning, men det er et billede af litteraturen her og nu, med den litteratur jeg har været omkring.

I tabellerne er der sat krydser, der indikerer min kortlægning af litteraturen og alle publikationer er forsynet med mindst ét kryds. Jeg vil i analysen ikke komme med en uddybende forklaring på alle krydser, men jeg vil inddrage udvalgte analytiske pointer og eksemplificere hvordan kategoriseringen er foregået.

4.2 Analysestruktur

Analysen af de to reviews vil jeg udarbejde hver for sig og jeg vil inden hvert analysekapitel kortlægge hovedresultaterne fra den læste litteratur. Efterfølgende trækker jeg hovedpointer ud samt opstiller hhv. de fundne matematikrelaterede beliefs blandt forældre samt anbefalinger for regnestrategier set i lyset af TDS.

Analyserne for hver af kategorierne i de to reviews vil følge en ensartet struktur som vil indeholde følgende elementer:

- **Kategorisering.** Præsentation af venn-diagram over litteraturens placeringer i forhold til afsnittets kategorier.
- **Analytisk kategorisering.** Argumentation og kortlægning af min inddeling af kategorier.
- **Introduktion.** Første del af hvert analyseafsnit indeholder en præsentation af de overordnede pointer, som litteraturen byder på.

Jeg vil i dette afsnit ikke liste al den anvendte litteratur op, da det vil være et sammentræk af, hvad litteraturen generelt udtrykker. Litteraturen kan tilgås via venn-diagrammerne inden hver kategori.

- **Udvalgte pointer.** Udvalgte analytiske pointer hives frem med det formål at stille skarpt på træk ved litteraturen, som er fundet centrale.
- **Opsummering.** Afsnittet afsluttes med en opsummering af analysens fund.

4.3 Afsluttende analyse

Efter de to separate analyser af de udførte reviews vil jeg sammenholde mine resultater i en samlet matrix.

Det er ikke muligt at sammenholde alle krydsfelter mellem forældres matematikrelaterede beliefs og anbefalinger til regnestrategier. Jeg vil derfor først komme med bud på et udsnit af krydsfelter og derefter udvælge enkelte udsnit, som jeg vil udarbejde en analyse af.

5 Review og analyse af forældres matematikrelaterede beliefs

I dette afsnit vil jeg analysere mit hermeneutiske review om forældres matematikrelaterede beliefs og svare på delspørgsmål A: *Hvilke matematikrelaterede beliefs har forældre ifølge den matematikdidaktiske forskning?*

Analysen skal munde ud i en opstilling af forskningslitteraturens bud på forældres matematikrelaterede beliefs. Først vil jeg begrebsafklare *belief* og derefter skitsere min endelige kortlægning af de tre iterationer. Endelig vil jeg i en delkonklusion besvare de opstillede spørgsmål, som dannede udgangspunkt for min læsning og efterfølgende kategorisering.

5.1 Beliefs

Jeg vil i dette afsnit kort redegøre for belief begrebet. Det er et begreb, der er centralt i opgaven og jeg finder det derfor relevant at præcisere, hvilken forståelse af begrebet der ligger til grund for anvendelsen i opgaven.

5.1.1 Definition af belief begrebet

Beliefs forekommer overalt, og kan både være produktive og hæmmende (Törner et al., 2013). Det engelske ord *belief* kan oversættes til dansk med overbevisninger, opfattelser, holdninger og forestillinger, men ingen af disse begreber dækker betydningen af ordet fyldestgørende nok. På den baggrund, og på baggrund af at den matematikdidaktiske forskning generelt anvender det engelske udtryk, vil jeg ligeledes, som udgangspunkt anvende begrebet *belief* i opgaven. Jeg vil dog sideløbende også anvende begreberne *opfattelser* og *overbevisninger* som synonym for ordet belief, som, jeg vurderer, ligger tættest på det engelske udtryk.

Der er i litteraturen forskellige definitioner af begrebet, og jeg vælger at bruge følgende definition af Philipp (2007), som jeg synes, er dækkende for beliefs generelt: "Belief might be thought of as lenses that affect one's view of some aspect of the world or as dispositions toward action." Philipp (2007, s. 259).

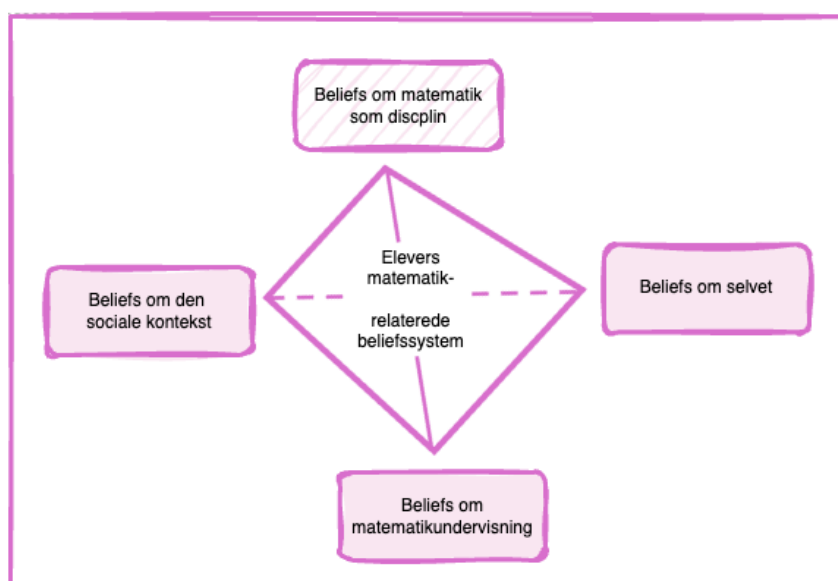
5.1.2 Matematikrelaterede beliefs

En yderligere begrundelse for valget af ovenstående definition er inddragelsen af affektive faktorer som led i forståelsen af belief begrebet. Affektive forhold påvirker os kognitivt og vil udløse kognitive reaktioner som fx at kunne lide eller ikke kunne lide matematik. Affekt spiller således en væsentlig rolle i matematikindlæring (McLeod, 1992).

McLeod (1992) studerede netop belief fra et affektivt perspektiv, og han skelnede mellem *beliefs om matematik*, *beliefs om sig selv*, *beliefs om matematikundervisning* og *beliefs om den sociale kontekst*. Denne skelnen er han ikke ene om, og der findes forskellige kategoriseringer af særligt elevers beliefs.

Op't Eynde et al. (2002) opstiller et rammeværk bestående af tre dimensioner (*beliefs om matematikundervisning*, *beliefs om selvet* og *beliefs om den sociale kontekst*), hvilket illustreres med en model hvor det tydeliggøres, at beliefs er indbyrdes afhængige og oftest optræder i klynger. Et enkelt belief kan således ikke ændres, uden det vil påvirke den klynge, det er en del af.

Jankvist (2015, s. 45) udvider modellen over elevers matematikrelaterede beliefs med *beliefs om matematik som disciplin* (figur 6). Tilføjelsen sker med den begrundelse at beliefs ofte ses som et middel til forståelse og læring, men at der i diskussionen om beliefs mangler en mere målorienteret og normativ dimension. Beskrivelser om at skolen skal udvikle demokratiske kompetencer og kritisk bevidste borgere, vil inkludere en udvikling af beliefs omkring matematikkens rolle og anvendelse i samfundet (Jankvist, 2015). De fuldfarvede felter er således den oprindelige model fra Op't Eynde et al. (2002), og det stribede felt er Jankvist (2015) tilføjelse.



Figur 6: Model af ”students’ mathematics-related belief system (Jankvist, 2015, s. 45)

5.2 Endelig kategorisering af forældres matematikrelaterede beliefs

Jeg vil i dette afsnit arbejde med underspørgsmålet til del A:

Hvilke matematikrelaterede beliefs har forældre ifølge den matematikdidaktiske forskning?

De opstillede spørgsmål hjalp mig til en fokuseret læsning gennem iterationerne.

- *Hvilke forestillinger har forældre om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres?*
- *Hvilke opfattelser har forældre om egne evner og erfaringer med matematik?*
- *Hvordan kommer forældres egne overbevisninger om matematik til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring?*
- *Hvordan ser forældre på matematik som et fag og en disciplin, der er nødvendig i samfundet?*

Der blev ikke fundet yderligere relevante overordnede temaer, men i løbet af de tre iterationer er min forståelse blevet udviklet, og kategorierne er blevet yderligere specificeret.

Kategorierne giver alle bud på forældres matematikrelaterede beliefs, og under hver kategori er der forskellige perspektiver som jeg er stødt på i min læsning.

Det første tema jeg lægger mærke til handler om matematikundervisningen, og *hvilke forestillinger forældre har om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres*. Denne kategori omhandler særligt undervisningsmetoder, effekten af fejl samt vigtigheden i at lære matematik tidligt.

Et andet tema handler om *hvilke opfattelser forældrene har om egne evner og erfaringer med matematik*. Denne kategori vedrører særligt forældres selveffektivitet, mindset omkring matematik som medfødt evne, samt om matematik vækker glæde.

Det tredje tema handler primært om interaktionen mellem forældre og barn, og om *hvordan forældres egne overbevisninger om matematik kommer til udtryk i deres måde at tale om og*

engagere sig i deres barns læring? Det trækker særligt på kønsspecifikke stereotyper, hvilket har betydning for, hvordan forældre opfatter og tilgår matematiklæring.

Det sidste tema, handler om matematik som et vigtigt og værdifuldt fag, til at navigere i en verden udenfor skolen. Det handler om *hvordan forældre ser på matematik som fag og en disciplin, der er nødvendig i samfundet.*

I alt fandt jeg 26 publikationer, som jeg finder relevante for at kunne opstille kategorier for forældres matematikrelaterede beliefs. Jeg har i figur 7 lavet en endelig kortlægning og klassificering af mit hermeneutiske review omkring forældres matematikrelaterede beliefs. Mine fire spørgsmål og tilhørende kategorier danner rammen om klassificeringen og vil uddybes i den efterfølgende analyse.

5.2.1 Kortlægningsskema over forældres matematikrelaterede beliefs

	Selvet				Social kontekst		Matematikundervisning				Matematik som disciplin	
	Selveffektivitet	Matematik er svært	Mindset	Matematikangst	Kønsstereotyper	Interaktion	Undervisningsmetoder	Produktive vanskeligheder	Fejl	Tidlig matematik	Math value	Formelle og uformelle aktiviteter
(Barger et al., 2022)			X			X			X			
(Brez & Allen, 2016)				X						X	X	X
(Cannon & Ginsburg, 2008)	X		X	X			X			X	X	X
(Clements & Sarama, 2018)	X					X	X			X		
(Gladstone et al., 2018)		X	X		X						X	
(Fiskerstrand, 2022)	X		X	X	X	X					X	
(Fitzsimons et al., 1996)	X	X	X				X				X	X
(Gunderson et al., 2012)	X		X	X	X	X						
(Hildebrand et al., 2023)		X		X	X							
(Kadlec & Friedman, 2007)		X					X				X	
(Keating et al., 2022)	X				X					X	X	
(Kikas & Mägi, 2015)	X		X									
(Leder & Forgasz, 2010)			X		X		X					
(Lee & Kim, 2016)	X			X							X	X
(Lucas & Fugitt, 2018)				X			X				X	
(McNabb, 2021)	X		X	X		X	X		X			
(McLeod, 1992)			X	X	X							
(Muenks et al., 2015)	X		X		X	X	X	X	X			X
(Natale et al., 2009)			X		X	X						
(Peixoto et al., 2024)		X	X									
(Río et al., 2019)	X				X	X					X	X
(Río et al., 2021)	X			X	X						X	
(Sagkal & Sönmez, 2022)						X						
(Soni & Kumari, 2017)				X							X	
(Vasilyeva et al., 2018)	X	X	X			X	X				X	X
(Vazquez et al., 2020)			X		X	X	X	X	X			
I alt	13	6	15	11	12	11	10	2	4	4	13	7

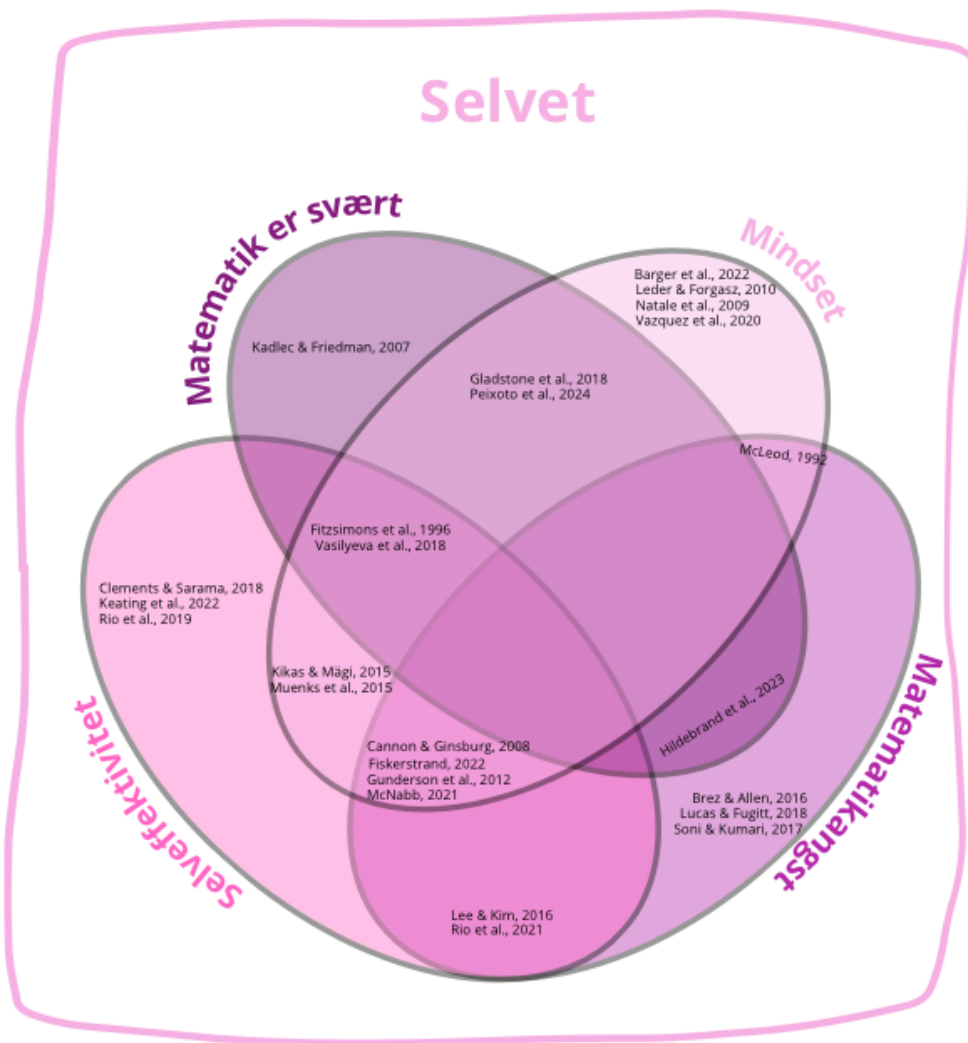
Figur 7: Endelig kortlægning af review om forældres matematikrelaterede beliefs.

5.3 Beliefs om selvet

Formålet med dette afsnit er at besvare spørgsmålet:

Hvilke opfattelser har forældre om egne evner og erfaringer med matematik?

I min litteratursøgning, fandt jeg 25 publikationer der kan hjælpe mig med at svare på spørgsmålet. Publikationerne indeholdt aspekter og argumenter inden for fire underkategorier som jeg har samlet under kategorien *selvet* og som i min besvarelse vil redegøre for. I figur 8 er litteraturen præsenteret i et venn-diagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen enten overlapper eller er unik inden for mine underkategorier. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 8: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *beliefs om selvet*

5.3.1 Kategorisering vedrørende selvet

Under læsning af litteraturen havde jeg løbende overvejelser om inddelingen af underkategorier omkring selvet. Særligt *selveffektivitet* og *mindset* er to kategorier, der tydeligt trådte frem i litteraturen.

Forældres *mindset* om matematik, om de mener, at det at være god til matematik handler om indsats, eller om det er en medfødt evne, der er styrende for børns matematiske kunnen, fylder meget i litteraturen. Jeg mødte forskellige begreber for denne dualitet omkring evne og indsats. Jeg er stødt på begreberne *mindset* og *tankegang*, hvor dualiteten beskrives med fast og formbart tankesæt, som ligeledes henviser til, om en persons intelligens er en evne, eller den kan forbedres med indsats. Kategorien kalder jeg *mindset*, da jeg vurderer at det rummer både det formbare og faste med fokus på henholdsvis indsats og evne.

Selveffektivitet kommer fra self-efficacy, som handler om forældres tro på egne evner og om hvor vidt man er i stand til at løse matematiske problemer. Det er også en kategori der trådte tydeligt frem, og det fremgår også i venn-diagrammet (figur 8) at det er her, at store dele af litteraturen inden for selvet befinder sig.

Begrebet *matematikangst* er ikke i sig selv et belief, men det er en følelse, der kan forstyrre evnen til at håndtere matematiske opgaver. Jeg valgte at tage den med her som en kategori for sig selv, idet jeg vurderede, at den ikke kan indgå som en del af de øvrige kategorier. Jeg kaldte den *matematikangst*, da det blev tydeligt for mig, at der i litteraturen var mange eksempler på forældres følelser omkring matematik, hvad end de oplever begejstring omkring matematik, oplever det som meningsfuldt, eller er præget af en følelse af *matematikangst*. Disse to sider blev ofte italesat sideløbende.

Matematik er svært er en kategori jeg har haft mange overvejelser om placering af. Jeg overvejede om denne skulle inddrages under kategorierne *selveffektivitet* eller *matematikangst*. Men valgte at fastholde denne som egen kategori, da jeg i litteraturen mødte eksplicite eksempler på forældre, der oplever matematik som svært. Særligt matematik i skolen opleves markant anderledes end matematik fra forældrenes egen skoletid og forældrene oplever det er svært at hjælpe.

To temaer som jeg har overvejet som underkategorier, men som jeg endte med at placere under andre, er om forældrene identificerer sig med matematik, og om de kan lide matematik. I forhold til om forældre identificerer sig med matematik vurderede jeg, kunne placeres under kategorien *mindset*, idet det netop handler om, forældres vurdering om at have evne for matematik. At kunne

lide matematik placerede jeg under *matematikangst*, da det handler om den følelse, der er på spil i forhold til matematik.

Jeg vurderer derfor, at følgende beliefs hører til inden for selvet; *selveffektivitet*, *matematik er svært*, *mindset* og *matematikangst*.

5.3.2 Selveffektivitet

Pointen med dette afsnit er at belyse forældres tiltro til egne evner i forbindelse med at hjælpe deres børn med matematik. Overskriften har jeg kaldt selveffektivitet, da det vedrører den tro, man har til sin egen matematiske formåen, altså hvor vidt man er i stand til at løse en opgave (Østergaard, 2018). Det er stærkt repræsenteret i litteraturen, og det viser tydeligt, at troen på egen matematisk formåen har en væsentlig rolle, jf. figur 7 og 8. Der er flere faktorer, der spiller ind på troen på egne evner. Én af dem er tidligere erfaringer og oplevelser fra egen skoletid. I litteraturen bliver forældres tillid til egne evner ofte sammenlignet og sidestillet med læsefærdigheder. Af litteraturen fx i Cannon og Ginsburg (2008) fremgår det, at forældre generelt oplever at have mere tiltro til egne evner inden for sprog end for matematik, bl.a. fordi de opfatter matematik som et fag, der kræver mere direkte instruktion og indsats, og derved føler sig mindre kompetente.

Et eksempel på, at forældre *ikke har tiltro til egne evner* og oplever usikkerhed i at hjælpe deres børn med matematik, finder vi i Cannon og Ginsburg (2008) undersøgelse. Her udtrykker forældre at være stærkt forudindtaget af egne negative historier og erfaringer med matematik. Flere i undersøgelsen gav udtryk for, at de ikke havde tillid til egne evner til at hjælpe deres børn, og at de samtidig heller ikke nyder at gøre det. 81 % ville hellere hjælpe med sprog end matematik, med den årsag, at de her følte sig dygtigere.

Et eksempel på *at forældre har en høj selveffektivitet og derved tror på egne evner* findes i Vasilyeva et al. (2018) undersøgelse. Her inddeles forældres beliefs i 4 kategorier, hvoraf en af dem netop er selveffektivitet. I undersøgelsen forbindes forældres beliefs til børns numeriske færdigheder. Alle fire typer beliefs undersøges, og inden for selveffektivitet blev forældres opfattelse af matematikfærdigheder og vilje til at engagere sig i matematikopgaver vurderet. Det kunne fx være ud fra spørgsmål som ”Jeg synes det var nemt at få gode karakterer” eller ”Jeg kan

godt lide at løse udfordrende matematikopgaver”. Undersøgelsens resultater blev vurderet og udregnet med en separat score for hver af de fire beliefs. Inden for selveffektivitet viste sig en pålidelig og en høj score.

5.3.3 Matematik er svært

Pointen i dette afsnit er at belyse forældres oplevelse af faget matematik som nemt eller svært. I Fitzsimons et al. (1996) er et eksempel på voksne, der foretrækker matematikundervisning, der er kontekstnært og praktisk, da det er nemmere med relevante virkelighedsnære opgaver fremfor abstrakte skolelignende opgaver. Generelt udtrykkes det, at så længe det ikke bliver for svært, tallene ikke er for store, eller for komplekst, opleves faget som nemt. Hvis opgaverne inkluderer elementer som parenteser eller aritmetiske operationer på forskellige hierarkiniveauer, bliver det svært og antallet af fejl blandt forældre stiger. Der tegner sig et billede af, at forældre opfatter skolematematik, som de husker det fra egen skoletid, som udfordrende, mens matematik i dagligdagen føles mere overskueligt og nemt. Samtidig oplever mange, at nutidens skolematematik fremstår sværere end tidligere. Det fremgår således, at forældre med lave matematiske færdigheder ikke nødvendigvis har problemer med at håndtere matematik i dagligdagen.

Et eksempel på, at *forældre oplever matematik som svært* ses i Hildebrand et al. (2023) undersøgelse, hvor forældre blev bedt om at sortere matematiske udtryk i en fire-trinskala (fra nem til svær). Det var en øvelse, der understregede deres opfattelse af en kompleksitet i faget, og det kom her til udtryk at de involverede forældre opfattede matematik som svært. Moderne matematik betragtes blandt forældre som kompliceret, detaljeret og multidimensionelt, og mange forældre har en tendens til at forveksle grundlæggende aritmetik med avancerede matematiske færdigheder (Lucas & Fugitt, 2018).

Et andet eksempel på, at *forældre oplever matematik som svært* ses i Kadlec og Friedman (2007), som i deres undersøgelse dokumenterede, at 69% af forældre i en undersøgelse mente, at matematik er sværere i dag, end da de selv gik i skole. En forælder nævnte fx, at den algebra de arbejder med i dag i 8. klasse, svarer til det niveau hun selv arbejdede med i gymnasiet. Forældre udtrykte at det virker sværere, og at tingene har ændret sig markant fra da de selv gik i skole. På trods af dette

mente flere forældre, at skolen formår at gøre matematikken både relevant og interessant, og at undervisningen i højere grad end tidligere formår at forberede eleverne til videregående uddannelse.

5.3.4 Mindset

Et gennemgående belief i forskningslitteraturen er dualiteten mellem evne og indsats som årsag til at være god til matematik. Det belief er stærkt repræsenteret i litteraturen og har mange overlap med de øvrige beliefs omkring selvet, hvilket også tydeligt fremgår af venn-diagrammet (figur 8).

Mindset omkring matematik omhandler forældres beliefs i forhold til, om deres børns evner er medfødte og stabile over tid, eller om de kan forbedres ved indsats og øvelse. Der er også eksempler på, at denne belief veksler alt efter fagligt niveau. Natale et al. (2009) præsenterer, med henvisning til andre forskere, et eksempel på, at forældre har en tendens til at tilskrive deres børns nuværende matematiske succes til indsats, hvis præstationen er gennemsnitlig eller lav og tilskrive det evner, hvis præstationen er høj. Via en undersøgelse kommer det frem, at forældre vægter evner lige så vigtige i succes som indsats, samt at en lav indsats bruges til at forklare eventuelle fiaskoer. Generelt fordeler litteraturen sig rimelig lige i denne dualitet, men med en vægtning mod indsats. Dog er der eksempler i blandet Muenks et al. (2015) på, at forældre har en tendens til at tro, at matematiske evner er mere faste end fx verbale evner.

Et eksempel på, at være *god til matematik skyldes indsats*, ses bl.a. i Vasilyeva et al. (2018) undersøgelse. Her inddeles forældres matematikrelaterede beliefs i fire typer, og netop en af dem er *formbarheden af matematiske færdigheder*, og her blev graden af succes i matematik evalueret. Indsatsens rolle blev sat op mod evner, og svarene i denne skala blev kodet således, at en højere score indikerer en større tro på indsatsens rolle i matematiksucces. De deltagende forældre tilsluttede sig synspunktet om, at succes i matematik primært er drevet af indsats. De skulle fx svare på spørgsmål om, at enhver med den rette mængde indsats kan få succes i matematik, og om succes i matematik kræver en særlig evne, som ikke kan læres (Vasilyeva et al., 2018).

Barger et al. (2022) kommer også i sin undersøgelse med eksempel på, at forældrene i *højere grad udtrykker et formbart mindset*. I denne undersøgelse blev både forældre med et formbart mindset og forældre med et fast mindset vurderet inden for 6 punkter, om i hvilken grad de mener, at matematiske evner er faste eller formbare. Spørgsmålene var bl.a., om det var muligt at ændre sine

matematiske evner, samt i hvilket omfang matematikfejl kan være gavnlige for børn. Gennemsnittet for hver af de to tankesæt blev udregnet, og undersøgelsen afspejlede højere grad af formligt mindset i forældrenes svar.

5.3.5 Matematikangst

Matematikangst optræder ofte i forskningslitteraturen, når vi taler om beliefs. Begrebet matematikangst, som vi kender det, er ikke i sig selv et belief, men det er en følelse der kan forstyrre evnen til at håndtere matematiske opgaver. Et belief i forhold til forældres følelse omkring matematik, om de oplever glæde og begejstring omkring faget, eller om de er præget af nervøsitet og angst i matematikrelaterede situationer. Jeg vil ikke dykke ned i årsager eller begrundelser, men vil udelukkende behandle det som et belief. Det, der i litteraturen, fx i Hildebrand et al. (2023), kommer tydeligst til udtryk omkring matematikangst, er forældres reaktioner og følelser omkring hverdagssituationer, hvor de skal anvende matematiske færdigheder, som kan påvirke negativt på deres præstationer. Hildebrand et al. (2023) præsenterer en undersøgelse i form af et standardiseret spørgeskema, hvor forældre vurderer nervøsitet og angst i forskellige matematikrelaterede situationer. Disse målinger af matematikangst kan komme til udtryk på to måder; ved at være eksplicit i form af selvrapportering eller implicit i form af reaktionstid.

Et eksempel på, *at forældre oplever en frygt, som kommer til udtryk ved matematikangst*, findes i Soni og Kumari (2017) undersøgelse. Her undersøges årsager for børns matematikangst, og forældre og børns matematikangst blev målt. I opgaven her er jeg kun interesseret i forældrenes del af undersøgelsen og ikke børnenes resultater. Forældrene fik et spørgeskema omkring matematiske hverdagsopgaver, der evt. kan udløse frygt. Fx at skulle opkræve kontingent til en organisation og holde styr på beløbet. Resultaterne af undersøgelsen viste forældres matematikangst, samt bekræfter undersøgelsens hypoteser om, at forældres matematikangst positivt påvirker børns matematikangst.

Et eksempel på, *forældre der ikke oplever matematikangst, men derimod en matematikglæde*, findes i Cannon og Ginsburg (2008) undersøgelse. Det er et fremtrædende tema i undersøgelsen, og forældre giver udtryk for, at det er vigtigt, at matematiklæringen er sjov og interessant for børnene. Nogle forældre følte ligefrem et behov for eksplicit at gøre matematiklæringen sjov, så børnene ikke keder sig.

5.3.6 Opsummering

Konklusionen på, *hvilke opfattelser forældre har om egne evner og erfaringer med matematik* er, at forældre kan opleve en usikkerhed i at kunne hjælpe deres børn med matematik.

Forældres tiltro til egne evner i matematik, deres selveffektivitet, spiller en central rolle for, hvorvidt de føler at være i stand til at hjælpe deres børn. Forældres tidligere skoleerfaringer præger ofte deres opfattelse af egne evner, og mange forældre har lavere selvtillid i forhold til matematik, end til sprog, bl.a. fordi de opfatter matematik som et fag, der kræver en særlig indsats. Forældre oplever generelt matematik i hverdagssammenhænge som mere overskueligt og ligetil end skolematematik, og har en opfattelse af, at skolematematik er sværere end matematik, der anvendes i hverdagen.

Dualiteten mellem evne og indsats er et gennemgående tema, hvor nogle forældre mener, at succes i matematik skyldes medfødte evner, mens andre lægger vægt på indsats og øvelse. Der er en generel tendens til væksttankegang, men mange opfatter matematiske evner som mere faste end fx sproglige evner.

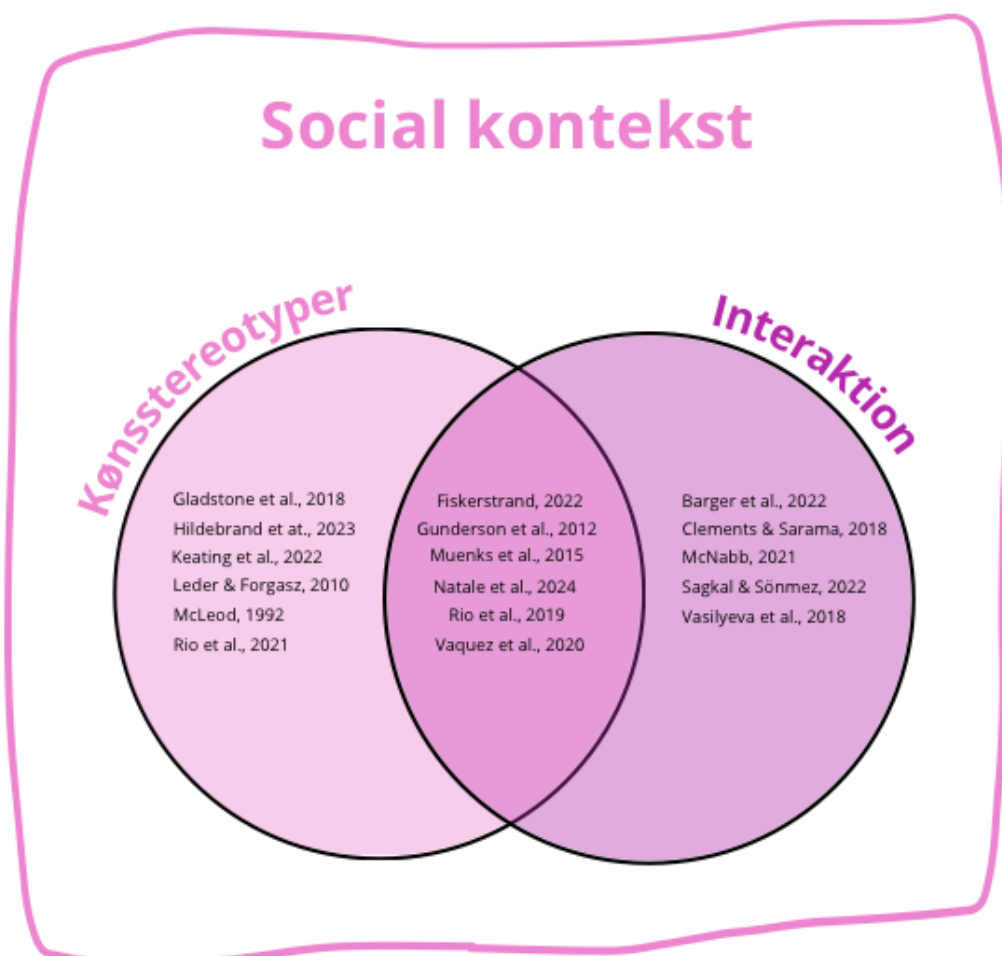
Endelig spiller matematikangst en væsentlig rolle i forældres forhold til faget. Angst og nervøsitet i matematikrelaterede situationer kan hæmme forældres præstation og lyst til at engagere sig.

5.4 Beliefs om den sociale kontekst

Formålet med dette afsnit er at besvare spørgsmålet:

Hvordan kommer forældres egne overbevisninger om matematik til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring?

I min litteratursøgning, fandt jeg 17 publikationer, der kan hjælpe mig med at svare på spørgsmålet. Publikationerne indeholdt aspekter og argumenter inden for to underkategorier som jeg har samlet i kategorien; *den sociale interaktion* og som i min besvarelse vil redegøre for. I figur 9 er en oversigt over litteraturen præsenteret i et venn-diagram, hvor det fremgår, at litteraturen fordeler sig jævnt og med overlap mellem de to underkategorier. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 9: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *beliefs om den sociale kontekst*

5.4.1 Kategorisering vedrørende den sociale kontekst

Denne kategori har jeg delt i to underkategorier; *kønsstereotyper* og *interaktion*.

Kønsstereotyper er sociale forestillinger, som forstærkes i samspillet mellem forældre og barn. Denne kategori har en tydelig forbindelse til underkategorien *mindset* da forældres beliefs om *kønsstereotyper*, oftest relaterer sig til forældrenes mindset omkring evne og indsats. Jeg har placeret kønsstereotyper under den sociale kontekst og ikke i selvet, da det netop handler om interaktionen mellem barn og forældre, og den måde det kommer til udtryk på.

I forhold til *interaktion* er jeg i læsningen stødt på forskellige interaktionsformer, fx om interaktionen kommer eksplicit eller implicit til udtryk, samt om interaktionen havde fokus på processen eller personen. Mine overvejelser har været evt. at dele disse interaktionsformer op som separate underkategorier, men i min læsning og forståelse af disse interaktionstilgange vurderede jeg, at de lagde sig tæt op ad hinanden, og at de alle, ligesom kønsspecifikke stereotyper, havde en tæt forbindelse til forældrenes mindset om evne og indsats. De er derfor samlet under samme underkategori, *interaktion*.

Da både *interaktion* og *kønsstereotyper* har en tæt forbindelse med evne og indsats, kunne man argumentere for, at de kunne samles i én, men jeg synes, på trods af at der er mange sammenfald, og de påvirker hinanden, adskiller de to sig også fra hinanden. I litteraturen er jeg i forbindelse med køn ikke stødt på interaktion, men i læsning om interaktion er jeg stødt på køn. Derfor vurderer jeg, at de skal holdes adskilt, hvilket også er med til at begrunde den rækkefølge, jeg har valgt at behandle de to underkategorier i.

Jeg vurderer, derfor at følgende beliefs hører til inden for den sociale kontekst; *kønsstereotyper* og *interaktion*.

5.4.2 Kønsstereotyper

Kønsstereotyper er et dominerende felt inden for forældres matematikrelaterede beliefs. Jeg har, i afsnit 5.3.4, behandlet mindset, om succes i matematik skyldes evne eller indsats. Flere undersøgelser viser at forældres beliefs om dette også relaterer sig til køn. Dette gør sig gældende både i forhold til forældre selv, og deres børn. Jeg vil dog i opgaven udelukkende forholde mig til forældres beliefs.

Det kommer bl.a. til udtryk i Río et al. (2019), som præsenterer, at forældre udviser implicite og eksplicite kønsstereotyper, hvor matematik forbindes stærkere med drenge end piger. Disse stereotyper viser sig tydeligt hos voksne, uanset om de har sønner eller døtre. Det kommer særligt til udtryk i litteraturen, at forældre generelt tilskriver drenge en evne til matematik, hvorimod piger skal yde en ekstra indsats for at opnå succes. Keating et al. (2022) udtrykker, at der ikke er fundet klare kønsforskelle i forældres opfattelse af børns interesse i matematik, men der dog er en tendens til, at forældre vurderer piger som mindre interesserede end drenge.

Et eksempel på, at *forældre har kønsspecifikke opfattelser af deres børns matematikevner*, finder vi i Gunderson et al. (2012). Her gennemgås allerede eksisterende forskning, hvilket viser, at forældres beliefs og forventninger til deres børns matematikkompetence ofte er kønsorienteret. Det opleves generelt, at *evne* tilskrives drenge, og *indsats* tilskrives piger. Derudover mener forældre, at piger skal arbejde hårdere for at få succes i matematik. Gunderson et al. (2012) henviser til undersøgelser, der viser, at ved sjette klasse tror forældre, at drenge har mere naturligt talent og forventer, at de vil have større fremtidig succes i karrierer, der kræver matematiske færdigheder. Forældre vurderer vigtigheden af matematik som større for drenge end for piger og vurderer matematik som sværere for piger.

Et eksempel på, at *forældre derimod ikke har kønsspecifikke opfattelser af deres børns matematikevner*, findes i Gladstone et al. (2018) undersøgelse. Forældrene i denne undersøgelse opfattede piger og drenge som værende lige dygtige. I undersøgelsen pointeres det, at årsagen muligvis er, at det er blevet mere almindeligt, at forældre opfatter drenge og piger som værende lige dygtige, men en anden årsag kan også være at deltagerne var forældre til akademiske elever, som kan have en tendens til at være familier med højere socioøkonomisk status, og derved også har mindre kønsspecifikke stereotyper med hensyn til matematik sammenlignet med forældre fra lavere vilkår. Dog oplevede forældre matematik værende mere nyttigt for drenge end for piger, og forældre ser således ud til at have kønsstereotypiske overbevisninger om nytten af matematik. Så selvom forældre til piger kan opfatte deres døtre have høje matematikevner, er det muligt, det ikke vurderes lige så nyttigt for piger.

5.4.3 Interaktion

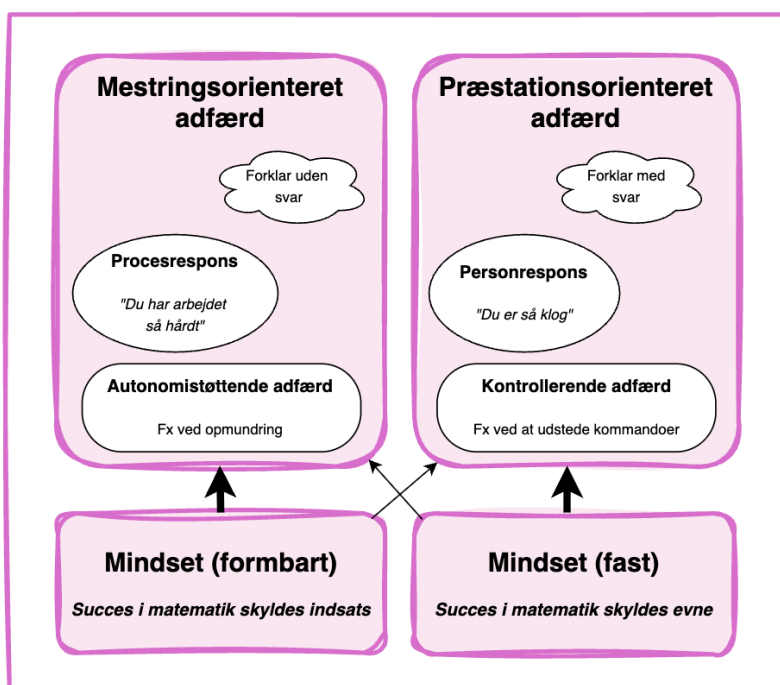
Den måde, forældre støtter og interagerer med deres børn omkring matematik, har en tydelig kobling til deres generelle beliefs. Interaktionen mellem barn og forældre er et område med meget forskning. Særligt beliefs om evne og indsats samt kønsspecifikke opfattelser har stor betydning, for hvilken form for interaktion, der er mellem barn og forældre. Den type af respons som forældre udtrykker, sender et signal om forældres beliefs omkring mindset, om hvorvidt de ser evner som faste eller formbare. I forskningen skelnes der bl.a. mellem person- og procesorienteret respons, der skelnes mellem mestrings- og præstationsorienteret samt autonomistøttende og kontrollerende adfærd. Der er mange overlap og alle har betydning for børns motivation og faglige udvikling. De knytter sig alle til forældres beliefs om børns matematiske evner. Ofte får drenge ros for deres indsats, mens piger i høj grad får ros for deres evner (Gunderson et al., 2012). Forældre, der tror, en bestemt kompetence er medfødt, vil være tilbøjelig til at udtrykke en adfærd der forstærker denne belief, hvorimod de der mener, at en bestemt kompetence kan udvikles, vil bruge indsats til at forbedre evner.

Et eksempel på, at forældres interaktion med deres børn er baseret på evner og indsats, ser vi i Barger et al. (2022) undersøgelse. Undersøgelsen viser, at forældre generelt bruger mere respons rettet mod processen end personen. Respons, med fokus på personen, fokuserer i høj grad på børns evner, og forbinder børns handlinger til deres intelligens. Det kan være eksempler som ”Du er så klog” eller ”Matematik er ikke din ting”. Respons med fokus på processen, forbinder børns handlinger til deres præstationer som indsats eller valg af strategi. Eksempler på denne type respons kan være ”Du har arbejdet så hårdt” eller ”Flot, hvordan kom du frem til det?”.

Forældres beliefs har således betydning for deres adfærd. Når forældre ser evner som formbare, vil de ofte bruge procesrespons til at dyrke den adfærd, der udvikler børns evner. Mens forældre, der ser evner som faste, vil lægge vægt på præstationer og bruge personrespons og rose deres børn for den succes, de opnår. Gunderson et al. (2012) deler dette synspunkt og henviser til sin egen undersøgelse, hvor hun fandt, at mængden af ros fra forældre, som drenge og piger fik, var den samme, men drenge hørte betydeligt mere procesorienteret ros. Årsagen til hvorfor denne sondring er vigtig, finder vi i Barger et al. (2022). Respons, der er målrettet barnets succes, vil dæmpe motivationen, og respons, der er målrettet processen som fx indsats og strategibrug, vil derimod øge motivationen og dermed også øge barnets præstation.

Et andet eksempel på, at forældres interaktion med deres børn er baseret på evner eller indsats, finder vi i Muenks et al. (2015) undersøgelse. Muenks et al. (2015) anvender begreberne mestrings- og præstationsorienteret adfærd. Mestringsorienteret adfærd indebærer at lære børn at værdsætte læringsprocessen og vigtigheden af en indsats. Præstationsorienteret adfærd indebærer at opmuntre eller hjælpe børn med at demonstrere høj ydeevne med en lille indsats, selvom det kan være på bekostning af den reelle læring. Mestringsorienteret adfærd udspiller sig således ved, at forklare eller give hints om det aktuelle problem uden at løse problemet for barnet. Hvorimod i præstationsorienteret adfærd vil forælderen fortælle barnet det rigtige resultat. Muenks et al. (2015) sidestiller mestrings- og præstationsorienteret adfærd med autonomistøttende og kontrollerende adfærd og finder i sin undersøgelse, at forældres faste overbevisninger er negativt relateret til mestringsorienteret adfærd og positiv relateret til præstationsorienteret adfærd. I autonomistøttende adfærd opmuntres børn til at udforske, løse problemer selvstændigt og træffe egne beslutninger. Kontrollerende adfærd er en stram regulering af handlinger som fx at udstede kommandoer, når forældre ikke føler, deres børn vil klare sig godt i en opgave. Forældre, der mener, at deres børns evner er relativt faste, mener deres børn næppe vil have gavn af mestringsorienteret adfærd og vil ty til præstationsorienteret og kontrollerende adfærd for at sikre, at deres børn ikke klarer sig dårligt.

For at få et samlet overblik over litteraturens bud på interaktion i den sociale kontekst har jeg lavet en model (figur 10), som illustrerer sammenhængen mellem de forskellige interaktionsformer og forældrenes mindset, som er beskrevet med eksemplerne ovenover. Pilene illustrerer forbindelsen mellem mindset og interaktion, hvor de tykke pile illustrerer de, der oftest kommer til udtryk.



Figur 10: Model der forbinder interaktion og mindset.

5.4.4 Opsummering

Konklusionen på, *hvordan forældres egne overbevisninger om matematik kommer til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring*, er, at forældres beliefs omkring køn er stærkt relateret til deres mindset om, hvorvidt intelligens er fast eller formbart.

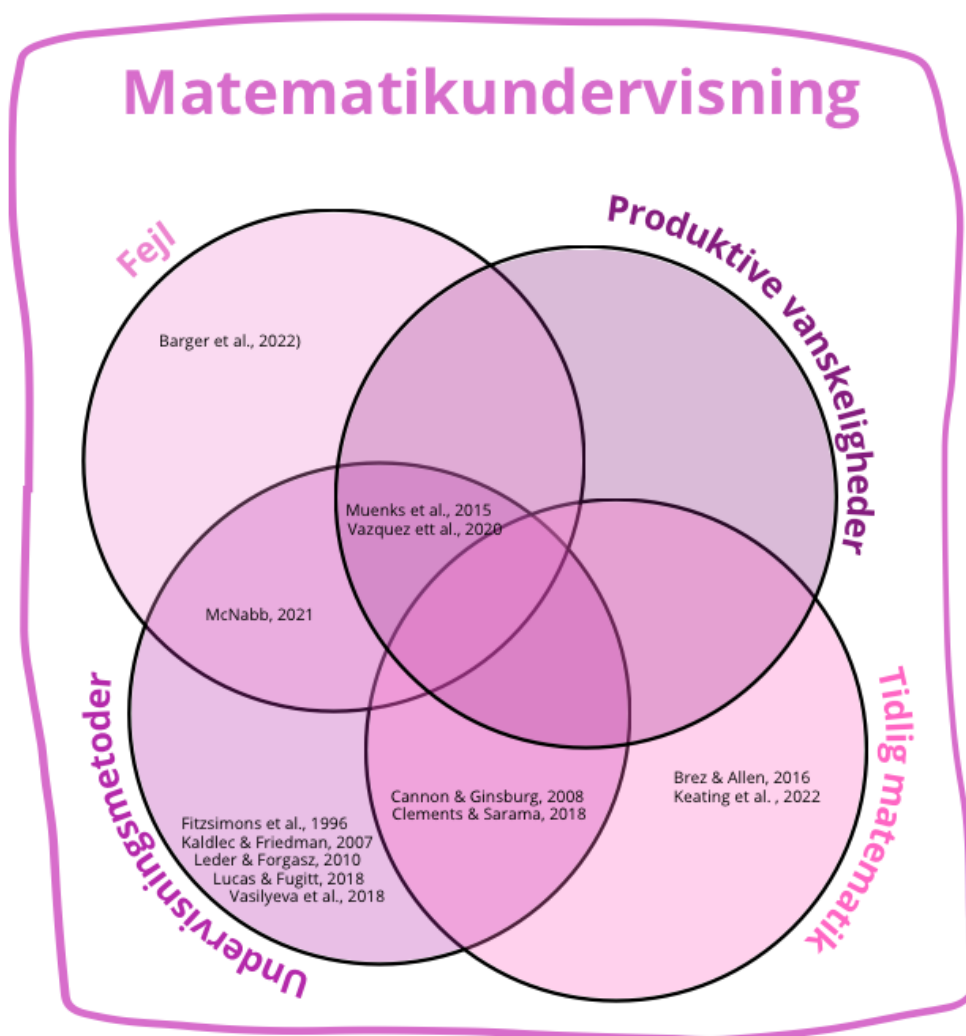
Kønsstereotyper spiller en væsentlig rolle i forældres opfattelser af deres børn matematiske evner. Forskningen viser, at forældre ofte forbinder matematik stærkere med drenge end med piger, og at de generelt tilskriver drenge større medfødte evner i matematik, mens piger anses for at skulle yde en større indsats for at opnå succes. Den måde forældre støtter og giver respons til deres børn, afspejler deres generelle beliefs om evne og indsats samt om køn. Drenge får ofte mere ros for deres indsats, mens piger i højere grad får ros for deres evner. Forældres opfattelse af om matematiske evner er medfødte eller kan udvikles, har således stor betydning for, hvordan de interagerer med og motiverer deres børn i forhold til matematik, altså om de anvender mestrings- eller præstationsorienteret adfærd i deres interaktion. Forældre, der mener, at deres børns evner er faste, vil typisk anvende præstationsorienteret adfærd, og forældre, der mener, at deres børns evner kan udvikles med indsats, vil typisk anvende mestringsorienteret adfærd.

5.5 Beliefs om matematikundervisning

Formålet med dette afsnit er at besvare spørgsmålet:

Hvilke forestillinger har forældre om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres?

I min litteratursøgning, fandt jeg 13 publikationer, der kan hjælpe med at svare på spørgsmålet. Publikationerne indeholdt aspekter og argumenter inden for fire underkategorier, som jeg har samlet under kategorien, *matematikundervisning* og som i min besvarelse vil redegøre for. I figur 11 er litteraturen præsenteret i et vennediagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen enten overlapper eller er unik inden for mine underkategorier. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 11: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *beliefs om matematikundervisning*.

5.5.1 Kategorisering vedrørende matematikundervisning

I denne kategori blev det tydeligt, at et gennemgående tema var undervisningsmetoder. Det fremgår også af venn-diagrammet (figur 11) at mange af publikationerne kredser sig om dette tema. Jeg fandt det dog stadig nødvendigt at opstille flere underkategorier.

Produktive vanskeligheder og *fejl* er to kategorier, jeg havde overvejelser om at slå sammen. Det blev dog tydeligt, at de to adskiller sig fra hinanden på nogle afgørende parametre, hvilket er årsagen til, jeg har holdt dem adskilt. *Produktive vanskeligheder* handler om, at læreren stiller udfordrende opgaver, som har gavnlig effekt på børns læring; således opgaver, hvor der skal kæmpes, hvor eleverne forsøger at løse opgaven på egen hånd og hvor fejl evt. kan indgå som et led i læringen. Kategorien *fejl* derimod handler om, hvorvidt fejl er gavnlige, hvordan de anvendes og den læring, der er i at lave fejl. De to kategorier har således ikke nødvendigvis noget med hinanden at gøre, men de optræder sammen i flere publikationer.

Både fejl og produktive vanskeligheder har også en forbindelse til forældres mindset omkring evne og indsats og forældres beliefs om dette vil have betydning for deres holdning til fejl og produktive vanskeligheder. Jeg vurderer, at de er bedst placeret her, idet det handler om matematikundervisningen på trods af den tydelige forbindelse til mindset.

Tidlig matematik er også et tema, der trådte frem, og som det ses i venn-diagrammet (figur 11), også er tæt på at være det eneste tema, der har publikationer, som ikke er overlappende med undervisningsmetoder. Temaet skiller sig lidt ud fra de øvrige tre temaer ved at omhandle forældrenes holdning til, hvornår deres børn skal lære matematik. Det er således en del af matematikundervisningen, men ikke koblet til direkte til undervisningsmetoder.

Jeg vurderer derfor, at følgende beliefs hører til inden for matematikundervisning; *undervisningsmetoder*, *produktive vanskeligheder*, *fejl* og *tidlig matematik*.

5.5.2 Undervisningsmetoder

Pointen med dette afsnit er at belyse forældres beliefs om undervisningsmetoder.

Undervisningsmetoder er stærkt repræsenteret i litteraturen og i gennemgangen af litteraturen tegner der sig et billede af, at de undervisningsmetoder, som forældrene abonnerer på handler om udenadslære, brug af procedurer og traditionelle metoder, samt masser af træning. Derudover udtrykkes også en bekymring for om børnene lærer det grundlæggende matematik, som forældrene

husker fra egen skoletid (Kadlec & Friedman, 2007). Det kommer særligt til udtryk at forældre ser matematik som et isoleret skolefag, og ikke som den samme matematik der bruges i hverdagen. Forældrene fastholder et billede af matematikfaget fra egen skoletid, og bl.a. Vazquez et al. (2020) kommer med eksempler på, at forældre udtrykker mistillid til de nye metoder til at undervise i matematik og at de ikke kender til de løsningsmetoder, som deres børn præsenteres for, og derfor føler sig ude af stand til at hjælpe deres børn.

Et eksempel, der viser, at *forældres forældet syn på matematikfaget er præget af egne erfaringer*, er Fitzsimons et al. (1996), der beskriver, at forældrene ikke er bekendt med den måde, matematik i dag er kontekstbaseret, og de har således svært ved at genkende denne form for matematik fra deres egen skolegang. For mange var matematik udenadslære og særligt præget af en instrumentel tilgang, hvor interessen primært lå i at huske formler og procedurer.

Et eksempel, som også *udtrykker et forældet syn på faget*, og en *bekymring om børnene lærer det grundlæggende matematik*, ses i Lucas og Fugitt (2018) undersøgelse om forældres opfattelse af matematik og matematikundervisning. Her beskrives en bekymring om bl.a. anvendelsen af teknologi og lommeregner. Respondenterne i undersøgelsen havde en grundlæggende opfattelse af, at for meget teknologi kan have en negativ indvirkning på elevernes matematiklæring. Generelt gav de udtryk for, at det er vigtigt at børn lærer at løse matematik i hovedet og på papir, før de får hjælp af teknologi. Flere gav udtryk for, at børn ikke skal have lov til at bruge lommeregner og skolen skal tilbage til at lære børn det grundlæggende. En enkelt gav udtryk for, at teknologien skal spille en rolle, og der skal findes en måde, hvorpå teknologien kan hjælpe i stedet for blot at give det rigtige svar og bruges som kontrol.

5.5.3 Produktive vanskeligheder

Pointen med dette afsnit er at belyse forældrenes tro på, om produktive vanskeligheder kan have en gavnlig effekt på børns læring. Det er et mindre område i litteraturen, men ud fra relevante artikler vurderer jeg, at det er berettiget til at indgå med sin egen kategori.

Produktive vanskeligheder er at bruge kræfter på at give mening om noget, der ligger uden for ens nuværende niveau af forståelse. Det kan fx være at læreren stiller en opgave, og eleverne prøver at løse problemet på egen hånd. Eleverne kan stille spørgsmål, og læreren giver feedback uden

eksplicit at svare på problemet. Forældrene er generelt positive omkring produktive vanskeligheder og tror på, at det har en gavnlig effekt på børns læring, på trods af at det er en type undervisning, som forældrene ikke selv har prøvet kræfter med, og som er meget anderledes, end da de selv gik i skole. Forældrenes beliefs om mindset har også betydning for, om forældre giver børn rum til produktive vanskeligheder.

Et eksempel på, at *forældre generelt bakker op om en undervisning med fokus på produktive vanskeligheder*, ser vi i Vazquez et al. (2020), hvor målet i undersøgelsen er at forstå forældres beliefs om netop produktive vanskeligheder.

Resultaterne viste, at 72% af forældre mener, at produktive vanskeligheder er gavnlige. Ligeledes viste undersøgelsen, at forældre har forskellige beliefs om effektiviteten af produktive vanskeligheder. Der blev i undersøgelsen fundet kønsspecifikke beliefs blandt forældre, da det viste sig, at forældre med drenge havde en stærkere tro på effekten af produktive vanskeligheder end forældre med piger. Der blev ligeledes i undersøgelsen fundet en signifikant sammenhæng mellem forældres beliefs om produktive vanskeligheder og om barnets evner i matematik. De forældre, der vurderer, at deres børn er gode til matematik, er mere tilbøjelige til at lade dem kæmpe med en opgave og selv nå frem til et resultat, da de mener, at de har evnerne til det. Hvorimod forældre, der ikke opfatter deres børn som gode til matematik, kan være tilbøjelige til at undgå de produktive vanskeligheder og hjælpe dem med det samme, når de går i stå.

5.5.4 Fejl

Pointen med dette afsnit er at belyse, hvordan forældre forholder sig til fejl, og hvilken betydning de mener, at det har for børns læring. Det viser sig i litteraturen, at forældres holdning til fejl er afgørende for børns matematiklæring. McNabb (2021) slår fast, at når forældre omtaler deres børns succes som et resultat af, at de er kloge, så tror børnene ikke de er kloge når de fejler. Det er således også afgørende for, hvordan forældre interagerer med deres børn om eventuelle succeser og fiaskoer, og det kan potentielt påvirke børns motivation og succes i skolen. Når resultaterne af en opgave klassificeres som en succes eller en fiasko, fx ved brug af personorienteret respons, har eleverne en tendens til at lave flere fejl, men når de får procesorienteret respons, bliver de mere selvsikre, tålmodige og interesserede i læring. Der er således en tæt forbindelse mellem forældres beliefs om mindset, interaktionen mellem barn og forældre og forældres beliefs omkring fejl.

Et eksempel på, at *forældre mener, at fejl kan være gavnlige for børns matematik læring*, finder vi i Barger et al. (2022) undersøgelse. Her blev forældre vurderet på deres tilgang til fejl, og om de mener, at fejl kan være gavnlige og bør udnyttes. I samme undersøgelse blev forældre også vurderet ud fra deres belief, om deres mindset om evne og indsats. Indenfor begge områder skulle forældrene tilkendegive deres enighed ud fra en skala fra 1-10. Resultatet af undersøgelsen afspejlede, at forældre i højere grad var præget af en overbevisning om, at intelligens er formbart, samt at de vurderede, at fejl er gavnlige for læring. Undersøgelsen viste også, at jo mere forældres mindset bar præg af indsats, jo mere brugte de procesrespons til både succeser og fejl, jo mindre brugte de personrespons når det handlede om fejl, men det var ikke nødvendigvis tilfældet, når det handlede om succes.

Et andet eksempel på, at *forældres forhold til fejl er afgørende for børns læring*, finder vi i Muenks et al. (2015) undersøgelse, hvor forældres beliefs omkring mindset baseret på evne blev undersøgt. Konklusionen på denne undersøgelse viste, at når forældre bliver frustreret eller kontrollerende, kan børn let give op på udfordrende opgaver, men når forældre tillader børn at træffe egne beslutninger og lave fejl, kan børn lære at blive ved når de bliver konfronteret med eventuelle udfordringer. Forældre blev altså ikke direkte adspurgt i forhold til fejl, men det var tydeligt i undersøgelsen, at det var afgørende, hvordan de forholdt sig, når deres børn evt. lavede en fejl.

5.5.5 Tidlig matematik

I dette afsnit vil jeg belyse, forældres vægtning af tidlig matematik. Litteraturen viser, at forældre generelt anerkender vigtigheden af tidlig matematisk læring, og nogle endda mener, at børn bør introduceres til matematik og abstrakte begreber endnu tidligere. Samtidig er der også forældre, der understreger, at undervisningen bør tilpasses børnenes alder og udviklingsniveau, så de ikke presses til at arbejde med abstrakte emner for tidligt.

Det fremgår ligeledes, at når tidlig matematik sammenlignes med andre færdigheder, prioriterer forældre ofte andre områder højere. Selvom tidlig matematik anses som vigtigt, bliver det vægtet lavere end andre kompetencer i forældres samlede prioritering.

Et eksempel på, at *forældre mener, at matematik bør læres tidligere*, finder vi i Brez og Allen (2016) undersøgelse, hvor den generelle holdning til matematik og matematikundervisning undersøges, bl.a. ved at se på de synspunkter bl.a. forældre generelt har til matematik. Undersøgelsen viser at særligt forældre til grundskolebørn mener, at børn skal begynde at lære matematik i en tidligere alder. De mener også, at svære matematiske begreber, som fx negative tal, kan introduceres tidligere.

Et eksempel på, at *forældre vægter andre tidlige færdigheder højere end matematik*, finder vi i Cannon og Ginsburg (2008) undersøgelse. Undersøgelsen tager udgangspunkt i forældre til førskolebørn og viser, at mange forældre er præget af usikkerhed og manglende støtte til tidlig matematik. Forældre gav udtryk for, at de er usikre på, hvordan de skal hjælpe deres børn med at lære matematik, og om det overhovedet var deres opgave. Derudover var de også af den overbevisning, at børn ikke bør præsenteres for indhold, der er for udfordrende i førskolealderen. Keating et al. (2022) laver i forlængelse af Cannon og Ginsburg (2008) undersøgelse, også en undersøgelse om forældres holdninger, der relaterer sig til nye matematiske færdigheder. Resultaterne var i overensstemmelse med Cannon og Ginsburg (2008), og generelt vurderede forældre, at tidligere læse- og sprogfærdigheder er vigtigere end tidligere matematikfærdigheder. Forældrene blev bedt om at vælge, hvilke færdigheder der er vigtigst for deres børn at lære; matematikfærdigheder eller læsefærdigheder. Ud af 60 respondenter, hvor 12 valgte ikke at svare, viste at 91,7% vælger læsefærdigheder før matematik.

5.5.6 Opsummering

Konklusionen på, *hvilke forestillinger forældre har om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres*, er, at forældre generelt er præget af egne erfaringer om traditionelle metoder og rutinepræget procedurer.

Forældre har ofte stærke holdninger til matematikundervisning, som typisk bygger på egne erfaringer. Mange foretrækker traditionelle undervisningsmetoder som udenadslære og faste procedurer, og udtrykker en bekymring for, om deres børn lærer de grundlæggende færdigheder, som de husker fra egen skoletid. Der er en skepsis over for nyere undervisningsmetoder, hvilket kan føre til, at forældre føler sig usikre på hvordan de hjælper deres børn.

Forældre er generelt positive overfor produktive vanskeligheder og fejl og mener, at det skal dyrkes for at opnå den optimale læring. Selvom denne tilgang til produktive vanskeligheder adskiller sig fra forældrenes egne erfaringer, anerkender de dens værdi for læring. Forældres holdning til fejl spiller ligeledes en central rolle. Når forældres mindset fokuserer på evner frem for indsats, kan børn opleve fejl som tegn på manglende intelligens, hvilket kan hæmme deres motivation. Omvendt vil et fokus på børns indsats styrke deres selvtillid og lyst til at lære.

Forældre giver udtryk for at være skeptiske overfor moderne matematikundervisning, skeptiske overfor brugen af teknologi, og de føler sig ude af stand til at hjælpe deres børn, da de ikke er bekendte med de løsningsmetoder, børnene præsenteres for. Forældres beliefs om mindset, interaktion og kønsspecifikke beliefs har stor betydning for deres beliefs om matematikundervisningen. Det kommer særligt til udtryk i tilgangen til fejl og produktive vanskeligheder, hvor forældre, der vurderer, at deres børn har faste evner, er tilbøjelige til at hjælpe dem, så snart de går i stå, og forældre, der mener at deres børns evner er formbare, lader børnene kæmpe med en opgave og selv nå frem til resultatet. Der er således en tydelig kobling til afsnit 5.4.3 om interaktion, hvor der netop var fokus på, hvordan mestringsorienteret adfærd kan opmuntre og give forklaringer, der kan vejlede og støtte, og modsat hvordan der med præstationsorienteret adfærd blot gives det rigtige svar.

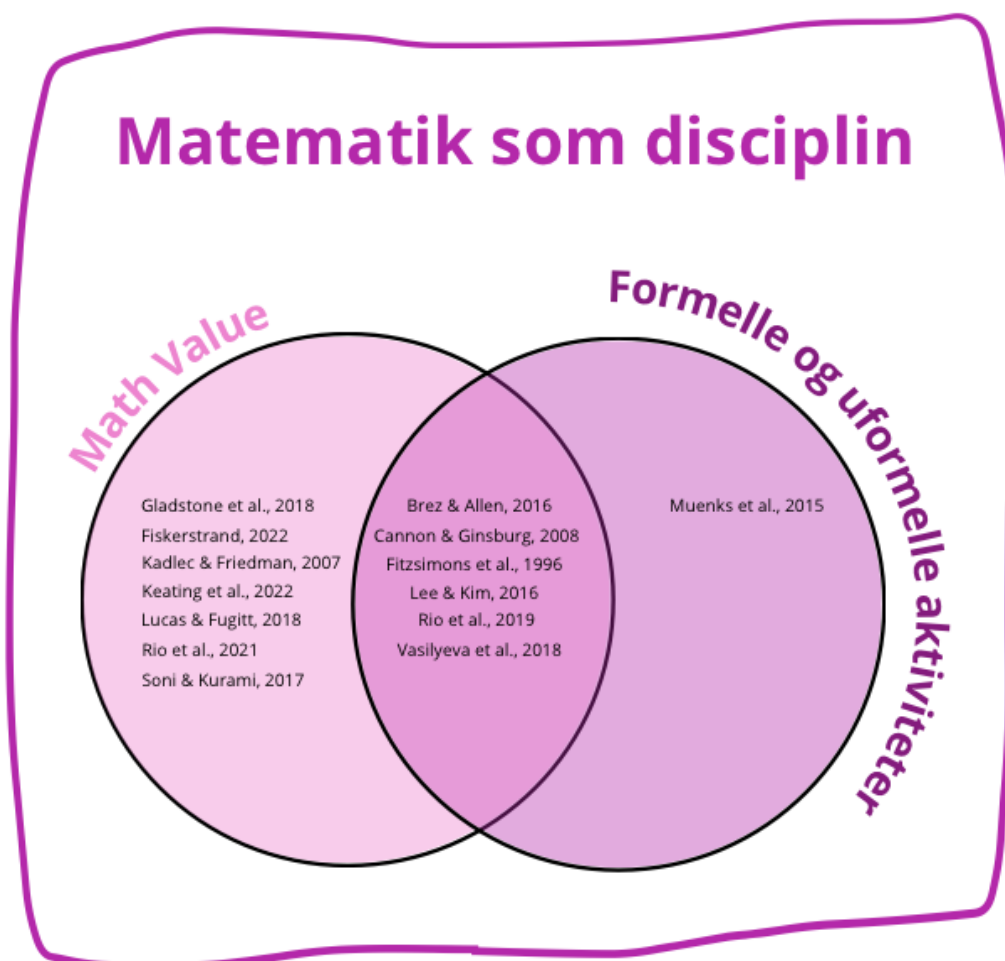
Endelig anerkender forældre vigtigheden af tidlig matematisk læring, men prioriterer ofte andre færdigheder, og flere understreger, at undervisningen bør tilpasses børns modenhed, så de ikke presses til abstrakte emner for tidligt.

5.6 Beliefs om matematik som disciplin

Formålet med dette afsnit er at besvare spørgsmålet:

Hvordan ser forældre på matematik som et fag og en disciplin, der er nødvendig i samfundet?

I min litteratursøgning, fandt jeg 14 publikationer, der kan hjælpe med at svare på spørgsmålet. Publikationerne indeholdt aspekter og argumenter inden for to underkategorier, som jeg har samlet under kategorien; *matematik som disciplin*, og som i min besvarelse vil redegøre for. I figur 12 er litteraturen præsenteret i et venn-diagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen fordeler sig inden for de to underkategorier. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 12: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *beliefs om matematik som disciplin*.

5.6.1 Kategorisering vedrørende matematik som disciplin

Denne kategori har jeg delt i to underkategorier; *Math value* og *formelle og uformelle aktiviteter*. I litteraturen fremstilles matematik som et vigtigt og værdifuldt fag og det blev hurtigt til en kategori for sig. Der fremstilles også en belief omkring matematik som nyttigt og brugbart i situationer man møder senere i livet. Denne har samme argumenter som belief om at faget er vigtigt, og jeg valgte derfor at slå disse to kategorier sammen under en fælles betegnelse *math value*. *Math value* er dækkende da matematik har værdi, da det både er vigtigt og nyttigt for fremtidig succes.

Ud over at matematik fremstilles som nyttigt og vigtigt, blev det også tydeligt, at diskrepansen i skolematematik og hverdagsmatematik er en belief, som trækker på forældres tidligere erfaringer med skolefaget som afkoblet fra hverdagen. Hvorimod der i nutidens matematikundervisning er et endnu større fokus på at koble faget og hverdagen mere sammen; nemlig med fokus på faget som en disciplin og som en afgørende del af samfundet. Forskellen mellem skolematematik og hverdagsmatematik kommer særligt til udtryk i tilgangen til forskellige aktiviteter. Derfor har jeg har kategorien *formelle og uformelle aktiviteter*. I venn-diagrammet (figur 12) ses, hvordan de to underkategorier i høj grad influerer på hinanden. Jeg vurderer, på trods af fordelingen i venn-diagrammet, hvor næsten alle publikationer er kategoriseret inden for *math value*, at det fortsat er nødvendigt og relevant med begge kategorier. Det vurderer jeg ud fra litteraturens blik på hvordan forældre adskiller skolematematik og hverdagsmatematik, da det påpeges, at de ser det som to adskilte. Derudover er der også en stærk forbindelse til forældres beliefs om mindset i forhold til deres engagement i de uformelle aktiviteter.

Jeg vurderer derfor, at følgende beliefs hører til inden for matematik som disciplin; *math value* og *formelle og uformelle aktiviteter*.

5.6.2 Math value

På baggrund af den læste litteratur synes der at være bred enighed blandt forældre om, at matematik er et vigtigt og værdifuldt fag, især med henblik på børns fremtidige uddannelse og karrieremuligheder. Alligevel bliver matematik ofte nedprioriteret, når det sammenlignes med andre fag og færdigheder, som fx læsning, sociale kompetencer og et generelt kendskab til verden, hvilket bl.a. fremgår af Cannon og Ginsburg (2008). Matematiske færdigheder rangerer således lavere i forældres prioritering, selvom de fortsat mener, at matematik bør indgå i daglige aktiviteter, samt at

matematiske færdigheder er vigtige for børns langsigtede akademiske resultater. Der er bred enighed om, at matematiske færdigheder er afgørende for succes senere i livet, hvilket også relaterer sig til kønsspecifikke opfattelser.

Et eksempel på, at *forældre oplever matematik som vigtigt*, finder vi i Lucas og Fugitt (2018) undersøgelse. Her bekræftes at matematik blandt forældre betragtes som et vigtigt redskab til at navigere i hverdagslivet, og forældre udtaler, at de bruger matematik hver dag, og det er vigtigt at grundlæggende matematik læres. I undersøgelsen fremhæves, at flere af forældre giver udtryk for, at de ikke brød sig om matematik i egen skoletid, men at det har ændret sig i deres voksne liv. Forældre fortæller, at de bruger matematik derhjemme, såvel som på arbejdet, og deres oplevelse af matematikfaget har ændret sig i takt med, at de senere har haft et behov for gode matematikfærdigheder for bl.a. at sikre sig et godt job.

Eksempler på, at *vigtighed i matematik ses i relation til kønsspecifikke beliefs*, finder vi i Gunderson et al. (2012), hvor der er en henvisning til en undersøgelse, hvor vigtighed af matematik og kønsspecifikke beliefs går hånd i hånd. Her giver forældre udtryk for, at matematik var vigtigere for drenge end for piger. Gladstone et al. (2018) fandt ligeledes i sin undersøgelse, at forældre til drenge mente, at matematik var mere nyttigt og havde mere værdi, end forældre til piger mente.

5.6.3 Formelle og uformelle aktiviteter

Formålet med dette afsnit er at belyse forældres sondring mellem formelle og uformelle aktiviteter. I litteraturen danner der sig et billede af, at forældre deler matematik i to; skolematematik og hverdagsmatematik. Der er ligeledes et billede af, at forståelse i matematik sidestilles med skolematematik, og ikke den matematik, der anvendes i almindelige hverdagsaktiviteter. Forældre genkender således ikke deres daglige matematikhandlinger som matematik. Generelt forbinder forældrene skoleforberedelse med formelle aktiviteter og er derved mindre opmærksomme på, at uformelle dagligdagsaktiviteter også kan støtte børns matematiske udvikling. Litteraturen, bl.a. i Muenks et al. (2015), peger på en sammenhæng mellem forældres mindset om evner og indsats og deres engagement i matematikaktiviteter i hjemmet. Jo mere forældre opfatter deres børns matematiske evner som faste, desto mindre sandsynligt er det, at de engagerer deres børn i matematikrelaterede aktiviteter derhjemme.

Et eksempel på *at forældre sondrer mellem formelle og uformelle matematikaktiviteter*, ses i Vasilyeva et al. (2018) som netop undersøger proximale og distale faktorer, der er forbundet med matematiklæring, bl.a. i sammenhængen mellem forældre-barn matematikaktiviteter. De uformelle aktiviteter er proximale faktorer, og involverer barnet direkte, mens forældres beliefs repræsenterer distale faktorer, som ikke involverer barnet direkte, men kan have indirekte effekt. Sammenfattende viste undersøgelsen, at forældre, der tillægger matematik stor værdi, engagerer sig både i formelle og uformelle aktiviteter, og hyppigheden af henholdsvis formelle og uformelle aktiviteter afhang af forældres selveffektivitet og tro på skoleforberedende aktiviteter. De forældre, der er bekymrede for deres børns akademiske forberedelse, er mere tilbøjelige til at organisere formelle læringsaktiviteter derhjemme, mens forældre med høj matematisk selveffektivitet oftere engagerer sig i uformelle aktiviteter, hvor matematik er indlejret i hverdagsaktiviteter, som fx indkøb og penge.

Et eksempel på, *at forældre prioriterer uformelle aktiviteter* finder vi i Cannon og Ginsburg (2008) undersøgelse. Her giver langt størstedelen af forældrene, 77 %, udtryk for, at matematiklæring skal indarbejdes i daglige aktiviteter. Forældre ønsker, at læringsoplevelser skal være naturlige, afslappende, ustrukturerede, og en del af det børnene allerede laver. For nogle forældre var denne kobling til hverdagen særlig vigtig, da de ikke ønskede at børn skulle være klar over, at de var i gang med at lære, og de gav udtryk for at være overraskede over, at deres børn fandt glæde i formelle aktiviteter og skolelignende opgaver. De udviste en usikkerhed omkring tidlig matematikindlæring og tvivl, om hvad deres og lærerens rolle egentlig burde være.

Fitzsimons et al. (1996) finder i deres *sammenfatning af relevant forskning om brug af matematik i professionelt virke og det private liv* eksempler på, at voksne adskiller matematik, som børnene møder i skolen og matematik, der bruges i hverdagen. Studierne er orienteret mod skolematematik, og her er det tydeligt, at respondenterne generelt identificerer matematik med skolematematik, og resultaterne tyder på, at de bruger pragmatiske metoder til at løse problemer i hverdagen, metoder som er enkle sammenlignet med metoder, der anvendes i skolematematik.

5.6.4 Opsummering

Konklusionen på, *hvordan forældre ser på matematik som et fag og en disciplin, der er nødvendig i samfundet*, er, at forældre generelt oplever og anerkender matematik som et vigtigt og værdifuldt

fag, særligt med henblik på børns fremtidige uddannelse og karrieremuligheder. Alligevel bliver matematik prioriteret lavere end andre færdigheder som læsning, sociale færdigheder og almen viden. Selvom matematik anses for at være afgørende for succes senere i livet, vurderer mange forældre faget som mere relevant for drenge end for piger.

Litteraturen viser, at forældre ofte adskiller skolematematik fra hverdagsmatematik og ikke altid genkender daglige matematiske aktiviteter som egentlig matematik. Fokus ligger typisk på formelle skoleforberedende aktiviteter, mens de undervurderer betydningen af uformelle, dagligdags oplevelser for børns matematiske udvikling. Mange forældre er dog opmærksomme på at inddrage uformelle aktiviteter, der klæder børn på til at kunne navigere i hverdagens opgaver, som fx indkøb, men med et fokus på, at det skal være hyggeligt, afslappende og naturligt, men er ikke opmærksomme på de uformelle aktiviteter betydning for børns matematiske udvikling.

Forældre, der tillægger matematik stor værdi engagerer sig derimod både i formelle og uformelle aktiviteter, dog er der en usikkerhed om egen og lærerens rolle i forhold til matematikundervisningen. Desuden ses en tendens til at forældre, der opfatter deres børns matematiske evner som faste, er mindre tilbøjelige til at engagere dem i matematikrelaterede aktiviteter derhjemme.

5.7 Delkonklusion

Gennem et hermeneutisk review har jeg undersøgt, *hvilke matematikrelaterede beliefs forældre, ifølge den matematikdidaktiske forskning, har*. Her i delkonklusionen besvarer jeg mine spørgsmål ét ad gangen med udgangspunkt i de overordnede kategorier.

Til spørgsmålet om, *hvilke forestillinger forældre har om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres*, kan afsnit 5.5 om *matematikundervisning* særligt bidrage. Her konkluderede jeg, at forældre holder fast i egne erfaringer om traditionelle procedurer samtidig med, at de ønsker, at undervisningen er praksisnær og kontekstbaseret. Forældre er skeptiske overfor moderne matematikundervisning, herunder for meget teknologi, og de føler sig ude af stand til at hjælpe deres børn. Der kommer en tydelig diskrepans til udtryk omkring skolematematik og hverdagsmatematik. Forældrene giver udtryk for at undervisningen bør være praksisnær, men de holder samtidig fast i egne erfaringer om mere træning og procedureorienteret undervisning.

Forældre er af den overbevisning, at mindset og køn har en betydning, hvilket også kommer til udtryk i forhold til forældres beliefs om fejl og produktive vanskeligheder; om forældrene lader børnene kæmpe med en opgave, eller om de hjælper så snart de går i stå.

Til spørgsmålet om, *hvilke opfattelser forældre har om egne evner og erfaringer med matematik*, kan særligt afsnit 5.3 om *selvet* være med til at besvare. Her konkluderede jeg, at mindset og selveffektivitet var nogle af de mest fremtrædende beliefs. Forældre kan opleve usikkerhed i at kunne hjælpe deres børn, hvilket ofte kan være på baggrund af egne erfaringer, som præger opfattelsen af egne evner. Der er tegn på, at forældre overvejende mener, at intelligens er en formbar størrelse, som kan ændres med indsats. Moderne matematik opfattes som kompliceret og svært, og forældre kan være usikre og mangle tiltro til egne evner eller ligefrem være styret af en angst.

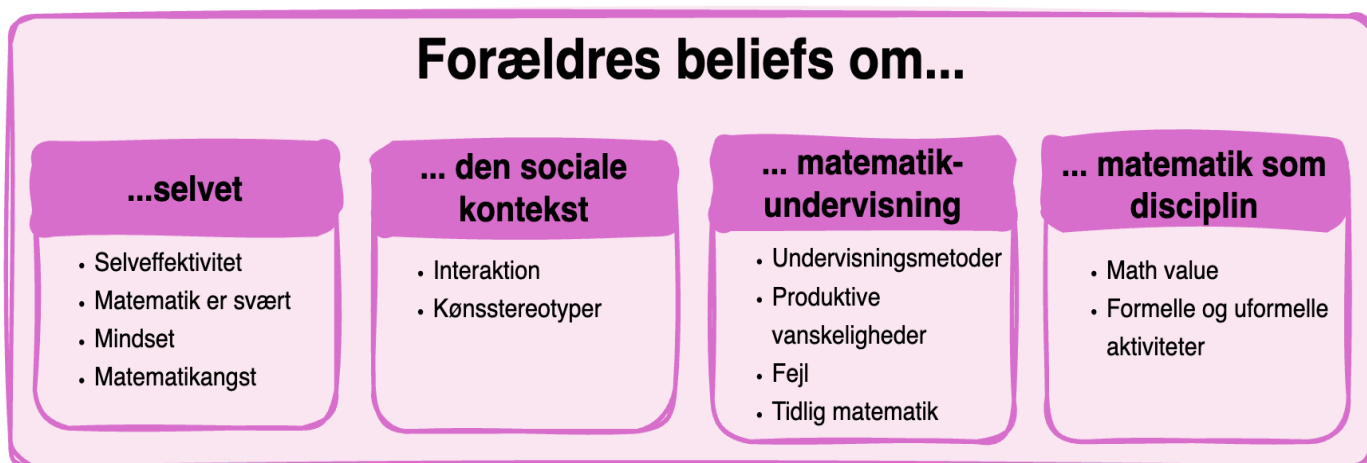
Til at svare på spørgsmålet om, *hvordan forældres egne overbevisninger om matematik kommer til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring*, skal vi trække på både afsnit 5.3 og 5.4. Forældres mindset og beliefs om køn spiller en stor rolle i forældres interaktion med deres børn. Der er mange overlap i beliefs om mindset og køn, og det har stor betydning for, om forældre interagerer med mestrings- eller præstationsorienteret adfærd, hvilket har betydning for børns motivation og yderligere lyst til læring. Forældres beliefs om mindset og forventninger til deres børns matematikfærdigheder er ofte kønsorienteret, og det opleves generelt, at evne tilskrives drenge, og indsats tilskrives piger. Dette har ligeledes betydning for, om og hvordan de engagerer sig i matematikrelaterede aktiviteter i hjemmet. Særligt forældre, der tillægger matematik stor værdi, engagerer sig både i formelle og uformelle aktiviteter.

Til spørgsmålet om, *hvordan forældre ser på matematik som et fag og en disciplin, der er nødvendig i samfundet*, kan afsnit 5.6 bidrage. Her konkluderede jeg, at forældre generelt vurderer faget som vigtigt og værdifuldt, og som afgørende for børns succes i fremtidig uddannelse og karriere. På trods af at matematik vurderes som et vigtigt fag, prioriteres det lavere sammenlignet med andre færdigheder.

Forældre opfatter skolematematik og hverdagsmatematik som forskellige, og der gives udtryk for en usikkerhed i, hvad deres rolle er. Der ses dog en tydelig sammenhæng i forældrenes vægtning af matematik og i deres engagement i forhold til aktiviteter i hjemmet, ligesom der også er en stærk

relation til forældrenes mindset om evne og indsats og deres engagement i matematikaktiviteter i hjemmet. Forældre, der opfatter børns matematiske evner som faste, er mindre tilbøjelige til at engagere sig i matematikrelaterede aktiviteter.

Ud fra ovenstående kortlægning og delkonklusion kan jeg opstille følgende matematikrelaterede beliefs blandt forældre (figur 13).



Figur 13: Endelig opstilling over forældres matematikrelaterede beliefs.

6 Review og analyse af regnestrategier

I dette afsnit vil jeg analysere mit hermeneutiske review om regnestrategier og svare på delspørgsmål B: *Hvordan ser den matematikdidaktiske forskning ud set i lyset af hovedkategorierne inden for teorien om didaktiske situationer?*

Analysen skal munde ud i en opstilling af forskningslitteraturens bud på anbefalinger for undervisning med regnestrategier med udgangspunkt i TDS. Først vil jeg begrebsafklare begrebet regnestrategier, derefter vil jeg skitsere min endelige kortlægning af de tre iterationer, og til sidst vil jeg dele analysen op i fem kategorier, hvor fokus vil være at besvare de opstillede spørgsmål, som dannede udgangspunkt for min læsning og kategorisering.

6.1 Regnestrategier

Jeg vil i dette afsnit redegøre for begrebet regnestrategier, og hvad det dækker over, hvorfor vi skal undervise i regnestrategier og kort om, hvordan undervisningen bør foregå. Regnestrategier er, ligesom beliefs, et centralt begreb i opgaven, og jeg finder det derfor relevant at afdække, hvilken forståelse, der ligger til grund for min anvendelse i opgaven, samt hvorfor det er afgørende, at undervisningen tager afsæt i fleksibel tænkning og med fokus på udvikling af adaptiv ekspertise med et problemløsende islæt.

6.1.1 Hvad er regnestrategier?

Ifølge Ostad (2013) kan vi skelne mellem strategi og procedure. Procedure forstås som *fremgangsmåde*, hvorimod strategi forstås som en *fremgangsmåde til at nå et mål*. Denne skelnen er udbredt i forskningens tilgang til strategibegrebet, men inden for det pædagogiske felt findes der ikke en entydig definition (Ostad, 2013). Christensen (2018) beskriver en skelnen mellem strategier og metoder således ”... strategier beskrives som fastlagte måder at tænke på, og metoder kan beskrives som fastlagte måder at handle på” (Christensen, 2018, s. 5). Netop den beskrivelse finder jeg central. Pind (2015) udtrykker desuden, at ”Vi skal lære dem at tænke så de selv kan handle” (Pind, 2015, s. 18.25). Selvom det ikke er formelle definitioner, vil jeg i opgaven tage udgangspunkt i disse beskrivelser af strategibegrebet.

6.1.2 Hvorfor undervise i regnestrategier?

Regnestrategier har, under tal og algebra, sit eget obligatoriske område i Forenklede fælles mål og herunder tre vejledende færdigheds- og vidensmålpar.

I kompetencemålet Regnestrategier står skrevet: ”Udgangspunktet for elevernes arbejde med regningsarterne er de regnestrategier, de anvender i arbejdet med matematiske problemer, herunder problemer fra omverdenen”. (Undervisningsministeriet, 2019, s. 15). Derudover står der: ”Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserende algoritmer”

(Undervisningsministeriet, 2019, s. 15).

Jeg vil her i afsnittet kortlægge, hvad der kunne ligge til grund for formuleringen i fælles mål og komme med argumenter og begrundelser for, hvorfor det er vigtigt at undervisningen netop har et afsæt i fleksible strategier.

Begreberne adaptiv ekspertise og rutineekspertise flourerer i litteraturen omkring regnestrategier.

Jóelsdóttir og Sunde (2024a) henviser til anden forskning, der påpeger, at målet for matematikundervisningen må være udvikling af adaptiv ekspertise, som indebærer, at elever, på baggrund af deres forståelse, kan tilpasse deres strategivalg til forskellige situationer.

Clarke (2004) henviser til andre forfattere, der har undersøgt faren ved at indføre konventionelle metoder, og sammenfatter, at algoritmer generelt ikke svarer til de måder, hvorpå folk tænker, idet der i algoritmer er fokus på cifre og ikke en fleksibel tilgang til tal. Derudover tilskynder algoritmer ikke til egen tænkning, hvilket medfører tab af ejerskab, og eleverne har en tendens til blindt at acceptere deres resultater. Tidligere var formålet med algoritmer, at man skulle være i stand til at udføre et stort antal af beregninger på kort tid. Tænkning var ikke i fokus og det var vigtigere at være hurtig. Fuson (2009) præsenterer ligeledes ændringen fra, at eleverne skal være lommeregner til, at de skal lære at bruge lommeregner. Det er dog stadig vigtigt at forstå meningen med beregningen og være i stand til at kontrollere, om beregningen er korrekt (Hedrén, 1999). Clarke (2004) fremhæver, at ved at opmuntre eleverne til kun at bruge én metode, mister de deres evne til at tænke fleksibelt og kreativt, og han anbefaler ikke at introducere algoritmer i de første fem skoleår. Det er en generel anbefaling i litteraturen, at man skal vente eller helt lade være med at introducere algoritmer (Clarke, 2004; Clements & Sarama, 2021a; Verschaffel & De Corte, 1996). Clements og Sarama (2021a) påpeger, at hvis eleverne først har arbejdet med at opfinde egne

strategier, laver de færre fejl end elever, der er undervist i algoritmer fra start. Dog vil flere elever ifølge Verschaffel et al. (2006), efter introduktionen af standardalgoritmer, have tendens til sjældnere at stole på fleksible mentale strategier og stadig anvende algoritmer, selv i tilfælde hvor hovedregning er mere effektivt. Algoritmer bruges på samme måde uanset kompleksitet og er således hæmmende for elevernes udvikling af fleksible strategier.

6.1.3 Hvordan undervise i regnestrategier?

Arbejdet med regnestrategier bør bygge på en grundlæggende talforståelse (Clements & Sarama, 2021a; Hedrén, 1999; Mulligan et al., 2018). Derfor bør undervisningen fokusere på at udvikle en solid talforståelse med fokus på, at tal kan repræsenteres på mange måder. Det vil danne et nødvendigt fundament for det videre arbejde med regnestrategier.

I litteraturen er jeg ligeledes stødt på anbefalinger om at gå til arbejdet med regnestrategier, på samme måde som til arbejdet med problemløsning (Clarke, 2004; Novotná et al., 2018; Swanson et al., 2022; Verschaffel et al., 2006). Særligt Clarke (2004) præsenterer, at ved at give aritmetik et problemløsningsfokus redefineres elevernes rolle fra at kunne *huske* til at *finde ud af hvorfor*.

Med en god talforståelse som fundament er der grundlag for, at børn kan lære om aritmetiske mønstre, egenskaber og sammenhænge (Clements & Sarama, 2021a) og udvikle deres forståelse samt udvikle egne mentale strategier. Elever arbejder således fra det konkrete mod mere abstrakte og fleksible strategier, hvilket er en del af den typiske læringsbane; at gå fra *grundlæggende strategier*, som fx fordobling, addition af 10 til *afløste strategier*, som fx næsten fordobling og addition med 9 og for derefter at udvikle mere mentale og fleksible strategier (Clarke, 2004).

Eleverne opfinder selv effektive beregningsstrategier og opnår på den måde ejerskab og forståelse.

6.2 Endelig kategorisering af anbefalinger for regnestrategier

Jeg vil i dette afsnit arbejde underspørgsmål til del B:

*Hvordan ser den matematikdidaktiske forskning om **regnestrategier** ud set i lyset af hovedkategorierne inden for **teorien om didaktiske situationer**?*

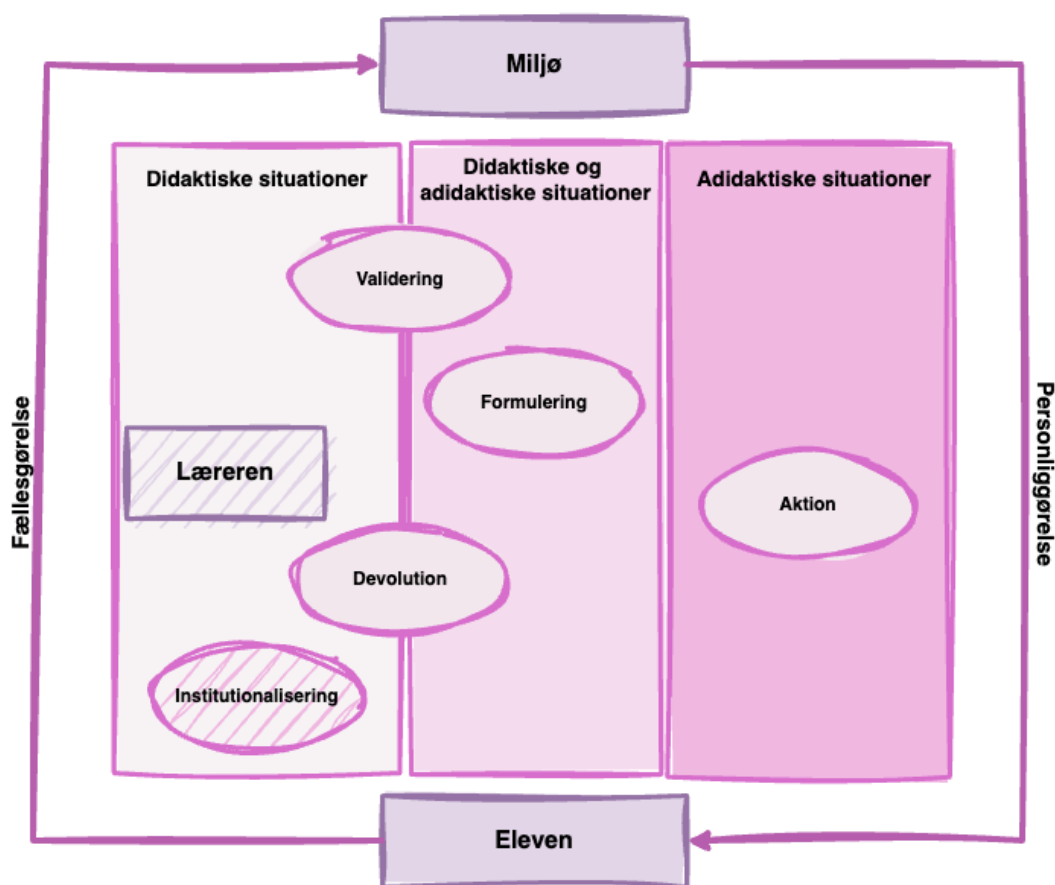
De tre opstillede spørgsmål hjalp mig til en fokuseret læsning undervejs gennem iterationerne.

- *Hvordan kan læreren støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i de didaktiske situationer?*
- *Hvordan udvikler og afprøver eleverne egne regnestrategier, når de arbejder selvstændigt i adidaktiske situationer?*
- *Hvordan kan fælles opsamling bruges til at udvikle elevernes strategiforståelse?*

TDS er udviklet af den franske matematikdidaktiker Brousseau, og her er der fokus på design og analyse af undervisning og læring, og er et effektivt værktøj til at analysere undervisningssituationer (Novotná et al., 2018). På den baggrund og det, at der anbefales at arbejde problemløsende med regnestrategier, har jeg valgt, at netop TDS skal være rammen for kategoriseringen af mit hermeneutiske review.

I TDS er det centralt, at eleven frigøres fra lærerens forventninger og arbejder selvstændigt. Brousseau (1997) skelner derfor grundlæggende mellem didaktiske og adidaktiske situationer i undervisningen. I didaktiske situationer er læreren aktiv som underviser, og i adidaktiske situationer træder læreren tilbage, og eleverne overtager og arbejder i det af læreren tilrettelagte miljø relativt fri af lærerens øvrige forklaringer og forventninger. Adidaktiske situationer er nødvendige, fordi læringen netop opstår når eleven selv skaber sin viden. Læreren designer miljøet sådan, at eleverne kan konstruere personlig viden, samtidig med at det underbygger klassens fælles læring. Det er det, Brousseau (1997) kalder *det didaktiske dobbeltspil*.

For at danne mig et overblik over TDS, har jeg tegnet en model over teorien (figur 14).



Figur 14: Egen model over TDS

De lilla pile yderst i figuren, illustrerer det didaktiske dobbeltspil. Læreren designer miljøet således, at det støtter den enkelte elevs konstruktion af personlig viden, samtidig med at det underbygger klassens fælles læring, så det er i overensstemmelse med de officielle mål for undervisningen. Der skelnes inden for TDS mellem 5 typer af situationer: *devolution*, *aktion*, *formulering*, *validering* og *institutionalisering* (Brousseau, 1997). Disse situationer er alle didaktiske eller adidaktiske, hvilket også fremgår af figur 14.

Jeg vil her i afsnittet redegøre og argumentere for mit endelige valg af kategorier og vil undervejs i min analyse begrebsafklare, hvorfor netop de faser er relevante i min endelige kategorisering.

Institutionalisering er en didaktisk situation, hvor læreren enten præsenterer viden inden elevernes arbejde eller efterfølgende sammenfatter løsninger fra arbejdet. Denne fase kan således både være relevant i starten og i slutningen af en undervisning.

Devolution er også en didaktisk situation, og her igangsætter læreren eleverne med en opgave. Det er centralt at læreren overdrager opgaven og eleverne tager ansvaret for at løse den og engagerer sig i problemet.

Aktion er en adidaktisk situation, hvor eleverne har fået overdraget opgaven og dermed agerer direkte med miljøet og udfører den givne opgave.

Formulering og validering er to faser, jeg har valgt at slå sammen til én kategori. Formulering kan både være didaktiske og adidaktiske situationer, og er arbejdet med at formulere og begrunde forskellige løsninger, og *validering* handler således om at vurdere værdien af løsninger og begrundelser. Jeg vælger at slå disse to faser sammen, da mine udvalgte kategorier primært handler om dialogen elev-elev samt lærer-elev og indebærer både formuleringer og valideringer af valgte strategier.

Ud over disse hovedkategorier fra TDS viser det sig i min læsning at de sociomatematiske normer (SM) har en stor og afgørende betydning for, at der skabes et trygt og rart klassefællesskab, der er præget af fleksibilitet, og hvor eleverne kan udvikle deres matematiske tænkning (Jóelsdóttir & Sunde, 2024a). SM har således betydning for, at mine andre kategorier kan komme med sit fulde potentiale, og derfor vurderede jeg at ud over at få sin egen kategori, er det også relevant som en overordnet kategori, der har en bagvedliggende betydning for alle de andre kategorier.

Selvom min endelig kategorisering er udvidet med TDS som ramme, er svarene på mine tre læsefokuserede spørgsmål stadig dem, jeg er på jagt efter.

I alt fandt jeg 29 publikationer, som jeg finder relevante for at kunne opstille anbefalinger for undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS. Jeg har i figur 15 lavet en endelig kortlægning og klassificering af mit hermeneutiske review om regnestrategier. Mine fem kategorier danner således rammen om klassificeringen og vil uddybes i næste afsnit. Til sidst vil jeg med det udgangspunkt besvare de tre spørgsmål.

6.2.1 Kortlægningsskema over regnestrategier

	Sociomatematisk normer																
	Sociomatematisk normer	Institutionalisering				Devolution				Aktion		Formulering og validering					
		Lærerviden	EksPLICIT instruktion	Værdset elevens bidrag	Repræsentationer	Virkelighedsnære problemstillinger	Stille spørgsmål	Tænketid	Aktivere forhåndsviden	Udvikle egne strategier	Bred vifte af strategier	Dele		Diskutere og sammenligne strategier	Forklare andres ræsonnementer	Bruge fejl konstruktivt	
(Berman & Hord, 2024)				X				X									
(Bray, 2011)		X		X					X						X	X	
(Buchholz, 2016)										X	X					X	
(Christensen, 2018)		X							X								
(Clarke, 2004)			X		X						X	X	X				
(Clements & Sarama, 2007)			X							X							
(Clements & Sarama, 2021a)			X		X					X	X						
(Clements & Sarama, 2021b)			X	X	X		X		X		X	X					
(Fraivillig, 2001)	X			X	X		X	X	X			X	X			X	
(Gurl et al., 2016)	X						X	X				X	X			X	
(Hatano, 1988)					X				X		X	X	X				
(Hedrén, 1999)				X					X					X			
(Jóelsdóttir & Sunde, 2024a)	X													X			
(Jóelsdóttir & Sunde, 2024b)										X							
(May, 2020)			X			X			X		X	X	X	X	X		
(Morano et al., 2020)			X		X												
(Mulligan et al., 2018)					X					X	X	X	X				
(Murata et al., 2017)			X	X	X		X	X		X	X	X	X		X		
(Novotná et al., 2018)					X	X		X				X	X	X			
(Pace & Ortiz, 2016)	X						X					X	X	X		X	
(Pind, 2015)		X	X		X				X	X	X						
(Rawding & Wills, 2012)				X			X	X				X	X	X		X	
(Shaw et al., 2020)			X					X		X				X			
(Swanson et al., 2022)			X		X						X						
(Venkat & Mathews, 2024)		X															
(Verschaffel & De Corte, 1996)					X	X			X					X			
(Verschaffel et al., 2006)	X			X		X			X					X			
(Verschaffel et al., 2009)	X		X						X	X	X	X					
(Warshauer, 2015)					X		X	X	X		X		X				
I alt	6	4	11	6	14	5	7	6	3	10	9	16	12	12	3	6	

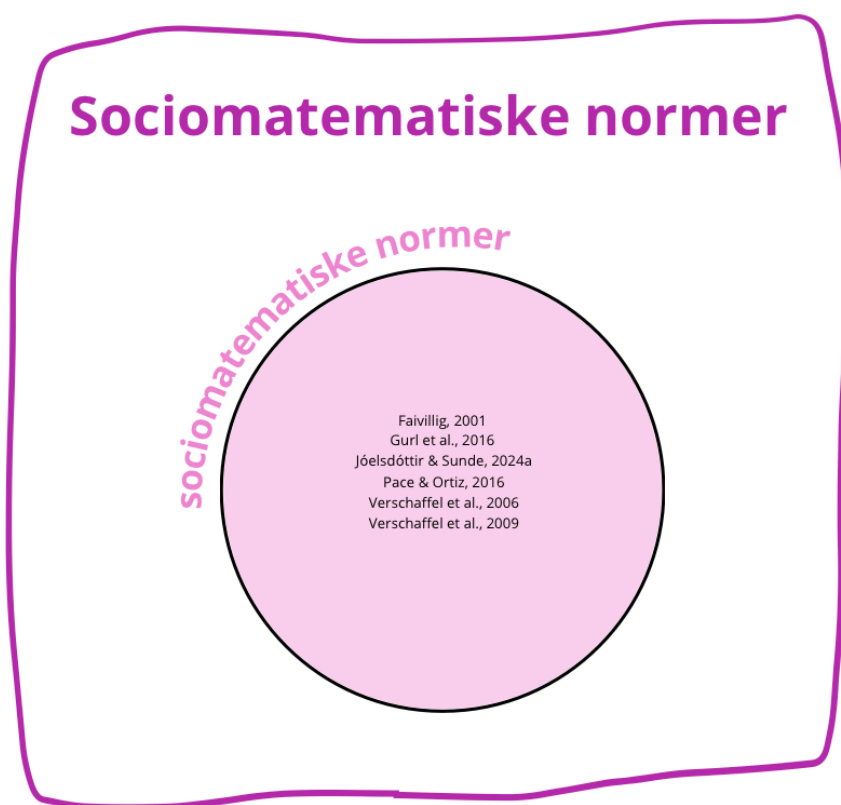
Figur 15: Endelig kortlægning af hermeneutisk review om regnestrategier

6.3 Sociomatematiske normer

Formålet med dette afsnit er at belyse, hvorledes SM kan bidrage til besvarelse af mine opstillede spørgsmål.

I min litteratursøgning, fandt jeg 6 publikationer, der kan bidrage til SM. Her vil jeg redegøre for og forholde mig til kategorien, både som kategori i sig selv, men også som en overordnet kategori, der påvirker og har betydning for alle de øvrige kategorier. På den måde kan den bidrage til den endelige opgørelse over anbefalinger til en undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS.

I og med at denne kategori kun rummer SM, viser et venn-diagram ikke nogen nye opdagelser, men for at følge stringente struktur, vælger jeg alligevel at præsentere den relevante litteratur i et diagram (figur 16). Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser i forbindelse med denne kategori.



Figur 16: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *sociomatematiske normer*

6.3.1 Kategorisering vedrørende sociomatematiske normer

Ifølge Yackel og Cobb (1996) spiller de *sociomatematiske normer* en central rolle for, hvad og hvordan eleverne kan lære. SM dækker over de uskrevne regler, der gælder i et klasseværelse, altså hvad der anses for at være en acceptabel løsning og en god matematisk forklaring. De kan variere fra elev til elev, men de forhandles, udvikles og justeres løbende gennem interaktioner i klassen. Jeg har valgt både at have SM som separat kategori men også som en overkategori for de øvrige følgende kategorier. Det har jeg valgt, da SM ligger til grund for mange af de følgende anbefalinger. De følgende anbefalinger vil ikke kunne etableres hvis ikke de sociale og sociomatematiske normer er til stede. De sociale normer, så som at forklare ræsonnementer, at tilbyde alternative forklaringer og sørge for at give mening i andre elevers ræsonnementer og forklaringer (Yackel et al., 2000), og de sociomatematiske normer der er med til at skabe en tryk klassekultur, hvor det er naturligt at dele sine strategier med resten af klassen, og hvor man tør prøve sig frem (Yackel & Cobb, 1996).

6.3.2 Sociomatematiske normer

I dette afsnit vil jeg belyse rollen af SM i elevernes udvikling af effektive og fleksible regnestrategier. Denne udvikling kan ikke ske uden veletablerede SM, og det er lærerens opgave at sikre, at eleverne ved, hvad der tæller for en god løsning og for en god forklaring (Verschaffel et al., 2009). Passende SM skal etableres fra en tidlig alder, som kan regulere klasseværelsets diskurs og påvirke elevernes læringsmuligheder (Verschaffel et al., 2006). Det er således afgørende med en tryk klassekultur, hvor der er plads til at prøve sig frem, fejle, ræsonnere, begrunde og diskutere løsningsstrategier for, at eleverne udvikler adaptiv ekspertise.

I Verschaffel et al. (2009) fremhæves, at *SM har stor betydning for elevernes udvikling af fleksible og adaptive regnestrategier*. Disse normer opstår og forhandles løbende gennem klassens interaktioner og diskussioner. Læreren spiller en central rolle i at etablere og vedligeholde disse normer, som ikke kun handler om rigtige svar, men også om at kunne forklare og begrunde sine metoder. Når der i klassen lægges vægt på at diskutere forskellige løsningsstrategier og forklare sine valg, fremmes elevernes evne til at tænke fleksibelt og til at tilpasse deres strategier, hvilket er afgørende for udviklingen af adaptiv ekspertise i matematik.

I Verschaffel et al. (2006) fremhæves, at SM har betydning for, hvilke regnestrategier eleverne udvikler og bruger. Disse normer etableres løbende, for eksempel når eleverne forklarer deres metoder, og læreren insisterer, på at forklaringerne skal være forståelige og relevante for opgaven. Hvis SM i klassen lægger vægt på at forklare og begrunde strategier, får eleverne bedre muligheder for at udvikle fleksible og forståelsesbaserede strategier, mens normer der kun fokuserer på rigtige svar, kan begrænse denne udvikling. SM er dermed afgørende for, hvad og hvordan eleverne lærer og udvikler deres regnestrategier.

6.3.3 Opsummering

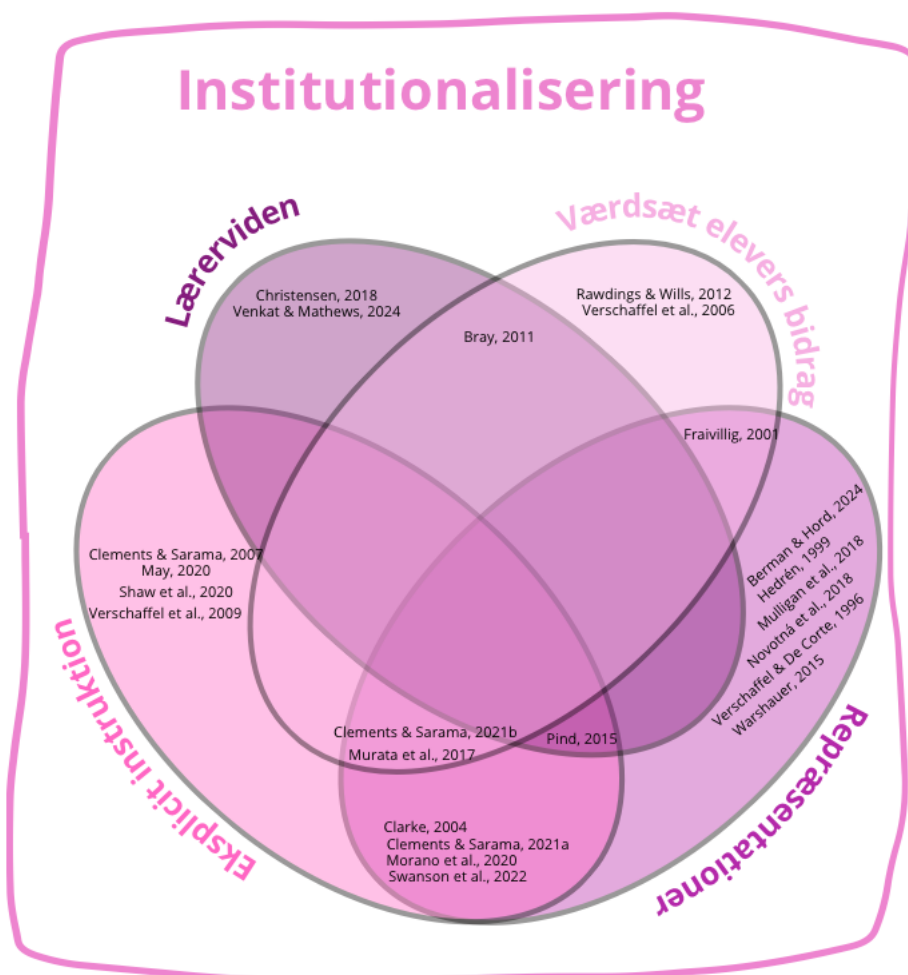
Konklusionen på *de sociomatematiske normers rolle i elevernes udvikling af effektive og fleksible regnestrategier*, er, at veletablerede SM er helt afgørende for, at eleverne udvikler både forståelsesbaserede og fleksible strategier i matematik. Det er lærerens ansvar at skabe en klassekultur, hvor det er tydeligt, hvad der kendetegner en god løsning og en god forklaring, og hvor det er trygt at prøve sig frem, fejle og diskutere forskellige løsningsmetoder. SM, der understøtter forklaring, begrundelse og diskussion af strategier, giver eleverne mulighed for at udvikle adaptiv ekspertise. Omvendt kan normer, der kun fokuserer på det rigtige svar, begrænse denne udvikling. Lærerens aktive rolle i at etablere og vedligeholde disse normer er derfor central for elevernes læringsmuligheder og udvikling af strategier.

6.4 Institutionalisering

Formålet med dette afsnit er at belyse, hvordan institutionalisering kan bidrage til besvarelse af mine opstillede spørgsmål.

I min litteratursøgning, fandt jeg 16 publikationer der kan bidrage til *institutionalisering*. I besvarelsen vil jeg redegøre for og forholde mig til underkategorierne inden for institutionalisering, som ifølge min fortolkning af litteraturen kan bidrage til den endelige opgørelse over anbefalinger til en undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS.

På figur 17 er litteraturen præsenteret i et venn-diagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen enten overlapper eller er unik inden for underkategorierne. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 17: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *institutionalisering*.

6.4.1 Kategorisering vedrørende institutionalisering

I Brousseau (2006) fem faser i TDS er institutionalisering den fase, hvor læreren præsenterer matematisk viden, og det er fasen, hvor læreren sammenholder læringsudbyttet og de generelle forståelser for faget. Der er således en dobbelthed involveret i denne fase. Ordet institutionalisering henviser til, at læreren taler på vegne af skolen og faget, og det vil altid udgøre en didaktisk situation. I overvejelserne, om hvilke kategorier der hører under institutionalisering, har jeg haft fokus på, at det er en didaktisk situation, hvor det for eleverne er indgangen til en opgave eller en del af en opsamling. Det er således situationer hvor læreren er central.

EksPLICIT instruktion opleves primært som en didaktisk situation, da det er læreren der udfører en instruktion af en strategi. Jeg har haft overvejelser om hvorvidt denne kategori skal placeres i enten *institutionalisering* hvor læreren instruerer, eller i *formulering og validering*, som er der, hvor løsninger begrundes. Den eksplicite instruktion kan således varetages af læreren som en instruktion af en strategi, hvorefter denne strategi trænes med forskellige aktiviteter og opgaver, men den kan også ske elev og elev imellem, hvor eleverne giver instruktion til hinanden og på denne måde bliver introduceret til flere strategier. I min læsning af litteraturen træder lærerens instruktion af strategier frem, og netop instruktionen af en ny strategi, inden eleverne skal arbejde med den. Derfor vælger jeg at placere den her i institutionalisering.

Værdsættelse af elevernes bidrag er også en didaktisk situation. Overvejelserne omkring denne har været, om er en form for validering af elevernes bidrag og om den derfor også kunne placeres under *formulering og validering*. Man kan argumentere for, at det er en validering af elevernes strategivalg, men hovedessensen af dét, der kommer til udtryk i litteraturen, er, at der lægges vægt på hvordan læreren samler op på elevernes bidrag, i hvilken rækkefølge eleverne bidrag bliver nævnt, samt at det handler om at få så mange strategier frem som muligt, så eleverne får et bredt udvalg. Det handler ikke om at vurdere løsninger i forhold til hinanden.

Jeg har ligeledes placeret *lærerviden* under institutionaliseringen, idet læreren skal besidde en viden for at kunne favne denne opgave, der ligger i at stille eleverne en given opgave, give en eksplicit instruktion eller at samle elevernes arbejde op og skabe fælles forståelse og læring med udgangspunkt i deres bidrag. Det er afgørende for at kunne skabe denne fælles didaktiske situation.

Repræsentationer er en kategori, jeg har haft svært ved at placere, da den rummer bredt og kan fortolkes på mange måder. I repræsentationer ligger både konkrete materialer samt visuelle repræsentationer til støtte i en opgave. Det gør sig både gældende i elevernes eget arbejde, hvor eleverne støtter sig til repræsentationer, men også i interaktionen mellem elev og lærer.

Repræsentationer er gavnlige som støtte i forståelsen, i overgangen mellem grundlæggende til mentale strategier, men også i lærerens opsamling af elevernes bidrag i den fælles klassediskussion, for at skabe den optimale læring for alle. Jeg har valgt at placere den her, da repræsentationer ikke kan tages i spil hos eleverne, hvis ikke læreren har støttet arbejdet, både i indgangen til strategierne samt i den fælles opsamling. Derefter kan eleverne anvende repræsentationer som støtte i deres eget arbejde.

Alt dette trækker implicit på SM i forhold til elevernes bidrag, og hvornår en forklaring og en løsning er god nok.

Jeg vurderer derfor, at følgende anbefalinger hører inden for institutionalisering; *Lærerviden, eksplicit instruktion, værdsæt elevs bidrag, repræsentationer.*

6.4.2 Lærerviden

I dette afsnit belyses, hvilken rolle lærerviden spiller i forhold til en undervisning med effektive og fleksible strategier. I litteraturen fremgår det, at lærerens viden er afgørende for at kunne facilitere en god klassediskussion, bl.a. ved at kunne forstå og aktivt bruge elevernes forskellige bidrag.

Læreren skal både have en høj faglig matematisk viden samt en høj pædagogisk indholdsviden.

Netop kombinationen mellem disse to vil skabe en større forståelse for elevs tankevirksomhed og evne til at forudse deres eventuelle fejl. Lærerviden synes således at være den primære determinant for den matematiske og pædagogiske kvalitet af lærerens svar på elevs bidrag og eventuelle fejl under klassediskussioner.

Et eksempel på *at lærerviden er afgørende*, ser vi i Bray (2011) undersøgelse, hvor fire vidensområder blev undersøgt; viden om matematiske begreber, viden om elevstrategier, viden om undervisningsstrategier og lærerens evne til at bruge matematisk viden.

Klassediskussioner er oftest komplekse og præget af elevspørgsmål og argumentation. Denne kompleksitet forudsætter, at læreren besidder en både dybdegående og fleksibel viden, ikke kun om matematik, men også om børns tænkning, pædagogiske metoder til at lede klassediskussioner samt evnen til at formidle specifikt matematisk indhold på produktive måder. Undersøgelsen viser at lærere med høj faglig viden er bedre til at forudse elevernes eventuelle fejl, hvorimod lærere med lavere viden har sværere ved at udpege grundlaget for fejl. Dette kom til udtryk ved, at når lærerne

svarer elever, er de mere tilbøjelige til at have fokus på procedure for at opnå korrekt svar frem for at belyse vigtige matematikbegreber og strategier.

Et andet eksempel på, at lærerviden har stor betydning for undervisningen, finder vi i Venkat og Mathews (2024), som undersøger hvilke former for lærerviden, der er centrale for at kunne facilitere en god matematikundervisning. I undersøgelsen findes flere overlap med Ball et al. (2008) ramme for matematisk viden for undervisning (MTK). Ball et al. (2008) opdeler lærers viden i fagspecifik viden og pædagogisk viden. Fagspecifik viden er viden direkte tilknyttet til matematisk viden i undervisningen, som fx grundlæggende matematikfærdigheder og specifik viden om matematik. Pædagogisk viden er matematisk viden, der knytter sig til pædagogiske valg i undervisningen og forståelse for elevers tænkning.

I undersøgelsen, var der tegn på stærk *common content knowledge* (CCK), som er at kunne matematik selv forbundet med *specialised content knowledge* (SCK), som er matematisk viden i forhold til undervisning og at kunne udfolde matematikken med henblik på forståelse og ræsonnement. Undersøgelsen viser at lærere med en stærk MTK opnår større læringsudbytte hos deres elever. Det er således vigtigt med en bred viden, både inden for den pædagogiske indholdsviden og inden for den matematiske viden, så læreren kan have forståelse for hvordan eleverne tænker og lærer, have fokus på progression og sammenhæng i undervisningen samt kunne forudse eventuelle fejl og misforståelser.

6.4.3 Eksplicit instruktion

I dette afsnit vil jeg belyse, hvordan eksplicit instruktion kan bidrage til en udvikling af effektive og fleksible regnestrategier. I litteraturen er der uenighed om hvorvidt eksplicit instruktion gavner eller direkte skader elevernes arbejde. Der findes eksempler på holdninger til, at det ikke må ske, da det kan fastholde eleverne i at foretage udregninger på én måde, fremfor et ønske om at eleverne skal opfinde strategier på egen hånd. Der findes også eksempler på, at eksplicit instruktion er med til at danne den grundlæggende viden, som eleverne efterfølgende kan bygge videre på, når de skal arbejde med mere komplicerede udregninger. Eleverne kan således trække på viden fra instruktionen og selv være med til at udvikle nye strategier senere hen.

Et eksempel på, at *instruktion har betydning for elevernes udvikling af effektive strategier*, finder vi i Morano et al. (2020). Her italesættes to tilgange til en effektiv strategiundervisning; strategiinstruktion og mestringspraksis. Ifølge Morano et al. (2020) bruges strategiinstruktion til at opbygge en konceptuel forståelse, fx ved at gennemgå den konkrete strategi, hvor der oftest også inddrages visuelle repræsentationer. Derefter et fokus på mestringspraksis, med gentagende varieret øvelse, hvilket vil øge elevernes hastighed og nøjagtighed. Denne bevidste kombination af netop strategiinstruktion og mestringspraksis vil hjælpe med udvikling af både talfornemmelse, samt at de lærer hurtigt at trække på kendt fakta. Strategiinstruktion skal ses som opbygning af grundlæggende regler, der kan bygges videre på, og som er effektivt og brugbart til generalisering og brug ved mere komplekse problemer.

Clarke (2004) kommer derimod med et eksempel på, at *eksplicit instruktion ikke skal forekomme*. Her trækkes på anden forskning, der udtrykker, at ingen lærende elever bør få direkte at vide, hvordan man udfører en operation i aritmetik. De udtrykker ligeledes, at intet giver eleverne så meget tillid til egne evner som at tillade dem at forfølge deres egne metoder og at opmuntres i det.

6.4.4 Værdsæt elevs bidrag

Her belyses vigtigheden i, at elevs bidrag fremhæves og inddrages i en fælles klassesamtale. Læreren bør vælge, hvilke elever der rapporterer, bl.a. for at få flere elever på banen samt at sikre optimal progression i elevernes bidrag, og sørge for at et bredt udvalg af forskellige strategier præsenteres. Lærers rolle og viden, om strategier, er afgørende, jf. afsnit 6.4.2, for at kunne komme i mål med en klassesamtale, hvor elevernes bidrag kan bidrage til en fælles opsamling med fokus på effektive strategier. Derudover bør elevernes forklaringer bruges som grundlag for lektionens indhold.

Et eksempel på, at *læreren skal inddrage elevs strategivalg i en fælles klassesamtale*, finder vi i Fraivillig (2001). I artiklen præsenteres et rammeværk, som kan være med til at skabe læringsmuligheder i et trykt klassemiljø. At facilitere en god klassesamtale kræver, at eleverne inddrages og føler sig trygge i at bidrage med ideer. Fraivillig (2001) anbefaler, at læreren bruger elevernes bidrag som grundlag for klassesamtalen. Her kan læreren aktivt beslutte hvilke elever der kunne have fordel i at dele deres ideer. Denne beslutning kan være baseret på, at læreren

opfordrer specifikke elever til at rapportere deres fremgangsmåde i en opgave med det formål at få bestemte elever på banen samt at sørge for at vælge elever, der er i stand til at byde ind med forskellige løsningsmetoder til diskussionen. Læreren behandler elevernes forklaringer på løsningsmetoder og deres matematiske tænkning som indhold for lektionen. For at understøtte dette oplystes elevernes metoder på tavlen for at hjælpe klassen med at huske og henvise til metoderne i de efterfølgende diskussioner.

Et andet eksempel på, *at elevers forskellige strategier skal værdsættes i klassediskussioner*, ses i Murata et al. (2017) undersøgelse. Her påpeges, at læreren har den centrale rolle i klassediskussionen og skal sørge for, at forskellige elevers tilgange og strategier skal inddrages. I undersøgelsen viste det, at tilstedeværelsen af bestemte strategier i klassediskussionen ikke repræsenterede rækken af strategier, som eleverne reelt brugte. Læreren havde kontrol over at vælge, hvilke elever der inviteres ind i at dele deres strategier med klassen. I dette tilfælde valgte læreren udelukkende at høre elever, der havde brugt nedbrydningsstrategier. Muligvis var der også elever, der brugte andre strategier, men de havde således ikke mulighed for at dele deres strategier med klassen. Undervisningen bør præsentere nye ideer og strække sig ud over, hvad eleverne komfortabelt kan gøre på egen hånd. Ved at inkorporere forskellige matematiske ideer og tilgange i klassediskussionen, åbnes der for forskellige elever, og det er med til at øge den akademiske stringens for alle elever.

6.4.5 Repræsentationer

Pointen med dette afsnit er at belyse, hvordan brugen af repræsentationer kan støtte eleverne i udvikling af fleksible strategier. Læreren har en afgørende rolle i, hvordan eleverne støttes. Det er vigtigt at inddrage forskellige repræsentationer, da ikke alle elever har brug for den samme repræsentation, og for nogle elever er den verbale repræsentation ikke nok, de har brug for at se tallene. Repræsentationer er vigtige til at registrere elevernes tankegang og vil hjælpe til at fastholde elevernes ejerskab af ideer. Det anbefales at gøres undervejs i elevernes forklaring, således at det er elevens tænkning, der tegnes på tavlen, og det der tages udgangspunkt i i den fælles klassesamtale. Læreren skal således bygge bro mellem det abstrakte og det konkrete, hvilket bl.a. gøres via konkrete og brugbare repræsentationer. Det er ligeledes vigtigt at hjælpe eleverne med at forbinde de verbale beskrivelser af deres tænkning med de skriftlige matematiske repræsentationer, da det

hjælper eleverne til at kunne følge proceduren. Det gøres fx ved at skrive de symbolske repræsentationer af løsningsmetoder på tavlen (Fraivillig, 2001).

Et eksempel på, at *brugen af repræsentationer øger elevernes konceptuelle forståelse*, finder vi i Berman og Hord (2024). Der henvises til andre forskere med konkrete eksempler på, hvordan den eksterne repræsentation kan give eleverne mulighed for at forbinde begreber, med det de kan se, frem for at huske på mange ting på én gang. Eleverne bruger i den tidlige matematik konkrete og manipulative repræsentationer, og her er tallinjen et godt eksempel, idet den kan være med til at opbygge en stærk forståelse af tal, og så er det en effektiv og nyttig repræsentation til aritmetik.

Et andet eksempel på, *repræsentationers bidrag i undervisningen*, finder vi i Murata et al. (2017), hvor to læreres forskellig brug af repræsentationer undersøges og sammenlignes. Den ene lærer bruger repræsentationer til at forklare og uddybe strategier, som hun ønsker, at eleverne skal lære. Når en elev har forklaret en strategi, tager læreren over og demonstrerer strategien på tavlen, hvor hele processen beskrives detaljeret med forskellige repræsentationer. Det er hermed læreren, der styrer, og eleverne, der lytter. Den anden lærer derimod bruger repræsentationer som et dialogisk værktøj, hvor elevens strategi bliver visualiseret, mens eleven selv forklarer. Læreren stopper undervejs og spørger ind til elevens tænkning og sikrer sig, at repræsentationerne stemmer overens med elevens forklaring. Læreren spørger ind undervejs, stiller mange processpørgsmål og giver plads til, at eleverne kan tænke og formulere sig. Repræsentationerne bliver således her et fælles, undersøgende værktøj, hvor det er elevens ideer og forklaringer, der styrer processen. Denne forskel i de to lærers tilgange til anvendelsen af repræsentationer har stor betydning for elevernes mulighed for at udvikle sig matematisk.

6.4.6 Opsummering

Konklusionen på, hvordan *institutionalisering*, kan være med til at besvare mine spørgsmål, er, at læreren har en central rolle. Institutionalisering er en didaktisk situation, der kan finde sted i både starten og i slutningen af en lektion, hvilket underkategorierne også bærer præg af.

Lærerens viden er afgørende for at kunne facilitere effektive klassediskussioner og støtte elevernes udvikling af fleksible strategier. En kombination af høj matematisk faglighed og pædagogisk indholdsviden gør det muligt for læreren både at forstå og bygge videre på elevernes bidrag samt

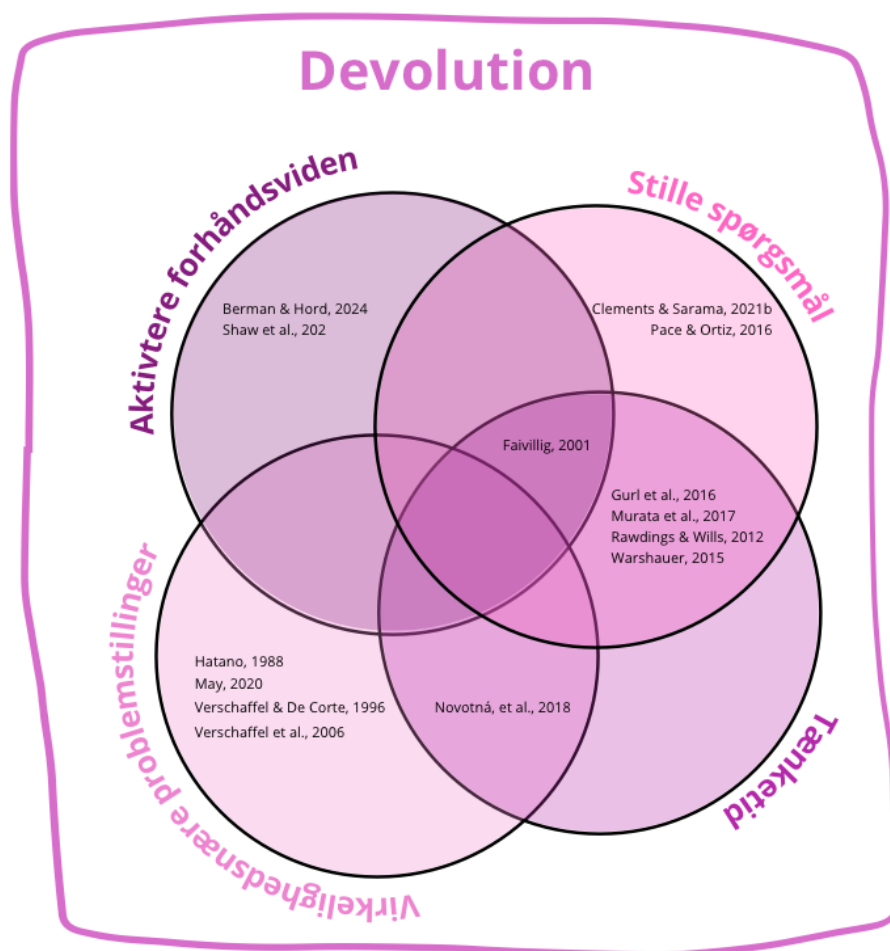
forudse og håndtere fejl på en konstruktiv måde. Det er centralt, at elevernes bidrag inddrages aktivt i klassesamtaler. Læreren bør bevidst udvælge og fremhæve forskellige strategier for at sikre en bred deltagelse og progression i elevernes forståelse. Elevernes forklaringer bør danne grundlag for lektionens indhold og fælles opsamling. Ligeledes skal læreren balancere mellem eksplicit instruktion samt give plads til, at eleverne trækker på viden fra instruktionen, og selv er med til at udvikle nye strategier. I litteraturen er der delte meninger om betydningen af eksplicit instruktion. Nogle mener, at det kan begrænse elevernes strategiudvikling, mens andre fremhæver, at det kan være et nødvendigt fundament, som eleverne senere kan bygge videre på.

Endelig spiller brugen af repræsentationer en vigtig rolle for at støtte elevens forståelse. Læreren skal hjælpe eleverne med at forbinde verbale forklaringer med skriftlige og visuelle repræsentationer, så alle kan følge med og fastholde ejerskab for deres ideer. Det er centralt at bygge bro mellem det abstrakte og det konkrete for udviklingen af fleksible regnestrategier.

6.5 Devolution

I dette afsnit belyses, hvorledes devolution kan bidrage til besvarelse af mine opstillede spørgsmål. I min litteratursøgning, fandt jeg 18 publikationer, der kan bidrage til *devolution*. I besvarelsen vil jeg redegøre for og forholde mig til underkategorierne inden for devolution, som ifølge min fortolkning af litteraturen kan bidrage til den endelig opgørelse over anbefalinger til undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS.

På figur 18 er litteraturen præsenteret i et venn-diagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen enten overlapper eller er unik inden for underkategorierne. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 18: Venn-diagram min kategorisering af litteratur inden for *devolution*.

6.5.1 Kategorisering vedrørende devolution

I Brousseau (2006) fem faser i TDS er devolution den fase, hvor læreren igangsætter elevernes arbejde. Devolution betyder overdragelse, og her handler det netop om, at læreren overdrager opgaven til eleverne og sikrer, at eleverne har de nødvendige forudsætninger for at kunne forstå og løse opgaven. Hvis overdragelsen lykkes, vil eleverne engagere sig og derved påtage sig opgaven med det ansvar, der ligger i at løse den. Devolution er en didaktisk situation, da den involverer både lærer og elev, og det centrale ligger i samspillet mellem dem. I mine overvejelser omkring underkategorier inden for devolution har netop dette samspil mellem lærer og elev været essentielt. For at eleven kan påtage sig opgaven, skal eleverne være motiveret til at tage ansvaret for opgaven. I den proces skal der være plads til, at læreren overdrager opgaven uden at give svaret på, hvordan den skal løses, men skaber rum til, at eleverne kan spørge ind og læreren svarer tilbage med vejledende spørgsmål. Dette er netop årsagen til, jeg har placeret *stille spørgsmål* her. I forlængelse af det, er det også vigtigt, at læreren giver eleverne *tænketid* både i forbindelse med at forstå en opgave og i forbindelse med spørgsmål. Begge dele er afgørende i en didaktisk situation og i overdragelsesfasen. Både at stille spørgsmål og give tænketid har jeg haft overvejelser om at placere under formulering og validering, hvor eleverne muligvis kunne have brug for tænketid i diskussionen af eventuelle strategivalg, men jeg vurderede, at den var mere relevant her i forhold til elevernes modtagelse af en opgave, hvordan de tager imod opgaven, og at de får vejledende spørgsmål fra læreren der støtter det videre arbejde. Det er afgørende, at læreren ikke bliver utålmodig i overdragelsen, men giver plads til at elever har tid til at tage imod opgaven. Kategorien *virkelighedsnære problemstillinger* handler om, at eleverne kan se meningen med opgaven for, at overdragelsen sker med succes, at eleverne er motiveret, at de kan koble det til virkelige situationer, og derved ser det relevant at løse denne opgave, hvilket er årsagen til, at den er placeret under devolution. At *aktivere eleveres forhåndsviden* er nødvendigt i en overdragelse af en opgave. Det er en del af overdragelsen at sætte eleverne på sporet af opgaven, men uden at formulere problemstillingen direkte, og her kan netop elevernes forhåndsviden være afgørende for, at de ved, hvad de kan trække på i deres arbejde med opgaven. Som nævnt i afsnit 6.1.3 er overgangsstrategier de strategier, som eleverne bruger til at bygge videre på deres grundlæggende viden med henblik på at udvikle nye strategier, som fx afledte strategier. Jeg vælger her at samle det under samme overskrift, da det hænger sammen. En overgangsstrategi tager netop udgangspunkt i elevens forhåndsviden, og denne forhåndsviden skal aktiveres for at kunne anvendes til udvikling af nye strategier.

Jeg vurderer derfor, at følgende anbefalinger hører inden for devolution; *virkelighedsnære problemstillinger, stille spørgsmål, tænketid og aktivere forhåndsviden.*

6.5.2 Virkelighedsnære problemstillinger

I dette afsnit vil jeg belyse, hvad virkelighedsnære problemstillinger har af betydning for elevernes inddragelse og anvendelse af fleksible strategier. Litteraturen kommer med eksempler på, hvordan eleverne påtager sig opgaver uden for skolen kontra i skolen, og her tyder det på, at eleverne i endnu højere grad formår at være adaptive eksperter i virkelige problemstillinger. Litteraturen argumenterer for, at der i skolen skal inddrages virkelighedsnære problemstillinger, og at der bygges bro mellem matematik i skolen og den matematik, der anvendes i hverdagen.

Et eksempel på, *at anvende fleksible strategier, i virkelige problemstillinger*, beskrives af Hatano (1988), som i sin artikel kalder det for gadematematik og kommer i den forbindelse med et eksempel med brasilianske børn, der fleksibelt anvender gadematematik og mundtlige matematiske procedurer, når de udfører beregninger mellem sælger og kunde. For at kunne udføre denne type problemer hurtigt og effektivt er de afhængige af strategier, som fx dekomposition og omgruppering, hvilket vidner om, at de har en konceptuel viden. Beregningen sker oftest i en dialogisk kontekst, hvor mental matematik er centralt, og Hatano (1988) mener derved, at gadematematikere må være adaptive eksperter.

Et andet eksempel på *at der skal bygges bro mellem skolematematik og hverdagsmatematik*, finder vi i Verschaffel et al. (2006). Her omtales kontrasten mellem børns matematiske præstationer i skolen og deres viden og færdigheder i praktiske sammenhænge uden for skolen. Når børn møder matematiske problemer i skolen, har de en tendens til at bruge de eksplicite lærte standardalgoritmer på en ineffektiv og meningsløs måde, hvilket tyder på en begrænset forståelse. Hvorimod hvis de møder den samme type problemer uden for skolen, er de i stand til effektivt at løse problemet ved hjælp af forskellige selvopfundne beregningsstrategier, hvilket udtrykker dyb forståelse og udvikling af mentale strategier. Undervisningen i skolen bør således bygge bro mellem børns daglige matematiske viden og færdigheder og det matematiske indhold, der tilbydes i skolen. Børnene skal stimuleres til at reflektere over matematiske relationer, der er indlejret i meningsfulde, sociale relevante situationer, hvor matematik anvendes som et værktøj til at nå relevante mål.

6.5.3 Stille spørgsmål

Pointen med dette afsnit er at belyse, hvordan spørgsmål frem for svar kan skabe tænkende elever. Interaktionen mellem lærer og elev kan være præget af spørgsmål og svar. Hvis læreren svarer eleverne med et spørgsmål, opmuntres eleverne til selv at komme frem til et svar. Det hjælper eleverne med at fokusere på deres tænkning, og eleverne opfordres til at bygge videre på deres ideer eller se på andre måder at gribe problemet an på, men uden at læreren løser problemet for dem (Warshauer, 2015). Læreren skal således stille vejledende spørgsmål der får eleverne til at blive i deres problem og arbejde videre. Typen af spørgsmål har ligeledes stor betydning. Processpørgsmål åbner op for elevernes tænkning, hvorimod løsningspørgsmål kun handler om svar på opgaven og derved ikke åbner op for en fælles dialog.

Fraivillig (2001) præsenterer eksempler på, *hvordan lærere kan skabe tænkende elever ved at stille spørgsmål*. Eksemplet tager udgangspunkt i et klasseværelse, hvor læreren opfordrer eleverne til at tale om, hvordan de løser et additionsproblem. Læreren hjælper eleven med at udføre sin metode, og udfordrer eleven til at overveje alternative metoder. Det fremmer børns tænkning og sætter gang i matematiske diskussioner, og er en metode, der står i skarp kontrast til konventionel matematikundervisning, hvor en lærer stiller lukkede spørgsmål. At fremme børns tænkning sker ved at udfordre til at beskrive og analysere løsningsmetoder, så i stedet for at fokusere på et enkelt svar på et matematisk problem, kan læreren skabe en ramme, hvor flere kan byde ind. Fx ved at stille spørgsmålet: ”Har nogen løst det på en anden måde?”. Undervejs kan læreren hjælpe med at formulere elevernes metoder og følge deres svar op med spørgsmål som, ”Gælder denne regel i alle situationer?”, eller ”Hvordan vidste du det?”. På den måde opfordrer læreren eleverne til at dele deres ideer. Det fremmer elevernes tænkning, og det bliver tydeligt, at der er mange måder at gøre det på. Eleverne forklarer deres tanker fuldstændig, og selvom læreren har forstået svaret, opfordres der til uddybende afklaringer til gavn for hele klassen.

Murata et al. (2017) kommer ligeledes med *argumenter for, at spørgsmål som ”Hvorfor tror du det?”*, eller *”Hvad førte dig til den konklusion?”*, kan hjælpe eleverne med at tænke.

Murata et al. (2017) deler lærerens spørgsmål i tre kategorier; *processpørgsmål*, *løsningspørgsmål* og *stillende spørgsmål*. Processpørgsmål handler om, hvordan et problem bliver løst, og her bliver elevernes tænkning helt central, og det er således et spørgsmål om strategier og tankeprocesser.

Løsningspørgsmål handler typisk om svaret på en opgave, og stillende spørgsmål handler om at

præsentere problemer eller udfordringer i undervisningen. I artiklen tages udgangspunkt i to forskellige undervisningssituationer. Den første; en stramt struktureret matematiksnak i klassen. Her fulgte eleverne nøje lærerens opfordringer til at fortælle. De forklarede deres tankegang, men den vigtigste forklaring kom fra læreren, hvilket medførte, at de strategier, eleverne delte undervejs, snævres ind. Den anden; en lærers matematikdiskussioner i klassen, som var med udgangspunkt i elevernes egne ideer. Her stilles særligt processpørgsmål for at hjælpe med at udvide elevernes ideer, og klassesamtalen fandt sted på tværs af flere i klassen og ikke kun mellem lærer og én elev, og repræsentationer blev brugt til at illustrere elevernes forklaringer. Ved at stille processpørgsmål bliver det muligt for eleverne at udarbejde deres egen strategi, så ejerskabet fortsat var hos eleven. Eleverne her viste et bredere strategivalg end i første eksempel.

6.5.4 Tænketid

Jeg vil i dette afsnit belyse effekten af at give eleverne tænketid. I litteraturen kommer det særligt til udtryk, at tænketid bør inddrages i forbindelse med, at læreren stiller eleverne spørgsmål, jf. forrige afsnit. Denne relation mellem tænketid og at stille spørgsmål ses tydeligt i vennediagrammet figur 18. Eleverne skal have tid til at overveje deres bud på en løsning, og her er det vigtigt, at læreren udviser ro og tålmodighed, så eleverne har den tid, der er brug for. Tænketid er også vigtigt i forhold til at kunne sætte ord på sine forklaringer, om det er i forbindelse med en stillet opgave, hvor der skal være tid til at overveje uddybende spørgsmål, eller når der samles op i den fælles klassesamtale.

Et eksempel på, *at eleverne har brug for tid til at tænke*, finder vi i Fraivillig (2001). Her anbefales det, at læreren venter og lytter til elevernes beskrivelser af løsningsmetoder. Det er nødvendigt for eleverne med ro og tålmodighed, og det opmuntrer til at udtrykke ideer. Ved at give tilstrækkelig tænketid og lytte til ideer, giver det også eleverne viden om, at gennemtænkte forklaringer er mere værdifulde end de hurtige svar.

Et andet eksempel på, *at læreren skal give eleverne tænketid*, er i Murata et al. (2017), hvor tænketid omtales i relation til det at stille spørgsmål, jf. afsnit 6.5.3. Eleverne skal have tænketid, efter læreren har stillet spørgsmål ud i klassen, og mens eleverne tænker, venter læreren på at eleven formulerer sin strategi verbalt. Det er helt centralt ikke at afbryde eleverne, mens de

forklarer deres tankegange, også selvom de stopper op midt i forklaringerne for at tænke, genformulere, gentage eller revidere deres forklaringer. Murata et al. (2017) pointerer, at tænketid kommer mere til udtryk, når der anvendes processpørgsmål, end når der anvendes løsnings spørgsmål.

6.5.5 Aktivere forhåndsviden

I dette afsnit vil jeg belyse, hvordan *inddragelsen af elevers forhåndsviden har betydning for deres udvikling af fleksible strategier*. Når eleverne bruger overgangsstrategier til udvikling af nye strategier, trækker de på allerede kendt viden. Eleverne har en grundlæggende viden, som anvendes til at udvikle nye strategier, og netop denne forhåndsviden skal aktiveres og bruges for at kickstarte elevernes tænkning. Det kan være forhåndsviden, hvor der trækkes på konkrete repræsentationer, eller hvor der trækkes på tidligere, lærte strategier, som der kan bygges videre på. Det er således en effektiv støttestrategi for udvikling af nye strategier.

Berman og Hord (2024) præsenterer *et konkret eksempel på, hvordan forhåndsviden aktiveres*. Eleverne har opbygget en viden og en strategi, hvor tallinjen anvendes til addition med flercifrede tal. Derfor anbefales det her at anvende samme tilgang til nye strategier, hvilket giver eleverne mulighed for at bygge videre på deres forudgående viden om tallinjen til arbejdet med subtraktion.

I Shaw et al. (2020) undersøgelse er et eksempel på *studerende, der ikke har en forhåndsviden, der kan aktiveres*. Det er en undersøgelse, hvor matematisk fleksibilitet blandt universitetsstuderende undersøges, og som viste, at de anvendte meget få strategier. Det skal ses i lyset af, at det er studerende, der er vant til at anvende konventionelle metoder og derved ikke umiddelbart er fleksible i deres matematiske tænkning. De har således ikke en forhåndsviden, hvad angår strategier, og der var derfor ikke noget at bygge videre på, hvilket også kommer til udtryk i undersøgelsen. For at lykkes i matematik skal eleverne udvikle adaptiv ekspertise, hvilket integrerer viden og færdigheder, og muliggør overførsel af viden til nye ideer og situationer.

Shaw et al. (2020) udtrykker, at det er almindeligt i en pædagogisk tilgang at aktivere forhåndsviden, give eksplicit instruktion, konsolidere begreber og derefter hjælpe eleverne med at forbinde nye begreber med tidligere viden. Et primært mål for undervisere er at lære eleverne matematik på en måde, der letter fleksibel tænkning og fremmer udvikling af ekspertise.

6.5.6 Opsummering

Konklusionen på, hvordan *devolution* kan være med til at besvare mine læsefokuserede spørgsmål, med udgangspunkt i de fire underkategorier, er, at læreren spiller en central rolle i at sørge for, at opgaven er overdraget således, at eleverne har den nødvendige forudsætning for at kunne påtage sig opgaven. Litteraturen viser tydeligt kontrasten mellem elevernes præstationer i skolen og uden for skolen. Derfor er netop broen mellem hverdagsmatematik og skolematematik, som fokus på virkelighedsnære problemstillinger, vigtigt for elevernes motivation og engagement og deres evne til at udvikle og anvende fleksible og adaptive strategier.

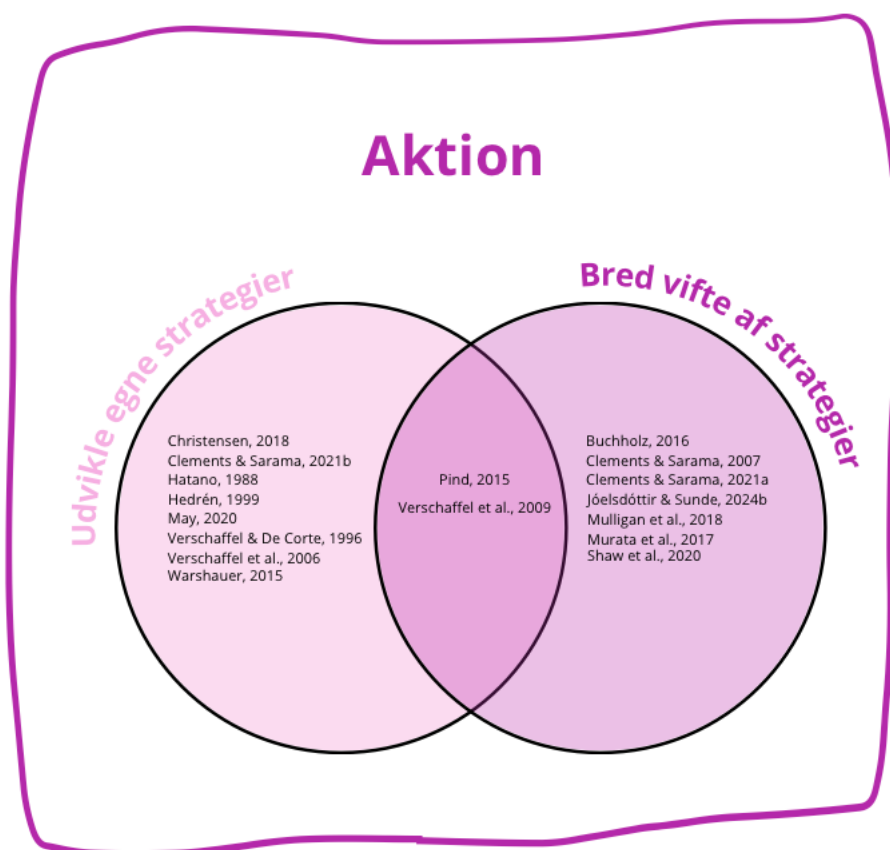
For at understøtte denne udvikling bør lærerne stille åbne og vejledende spørgsmål frem for at give svar, da det fremmer elevernes egen tænkning, og opfordrer dem til at udforske forskellige løsningsmuligheder.

Det er desuden vigtigt at give eleverne tilstrækkelig med tænketid, så de kan overveje deres løsninger og formulere deres forklaringer både under opgaveløsning og i klassesamtaler. Endeligt bør undervisningen aktivt inddrage og bygge videre på elevernes forhåndsviden, da det hjælper dem med at udvikle nye og mere avancerede strategier ved at tage udgangspunkt i allerede kendte metoder og erfaringer.

6.6 Aktion

Jeg vil i dette afsnit belyse, hvordan aktion kan bidrage til besvarelse af mine opstillede spørgsmål. I min litteratursøgning, fandt jeg 27 publikationer der kan bidrage til *aktion*. I besvarelsen vil jeg redegøre for og forholde mig til underkategorierne inden for aktion, som ifølge min fortolkning af litteraturen kan bidrage til den endelige opgørelse over anbefalinger til en undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS.

På figur 19 er litteraturen præsenteret i et vennediagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen enten overlapper eller er unik inden for underkategorierne. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 19: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *aktion*.

6.6.1 Kategorisering vedrørende aktion

I Brousseau (2006) fem faser i TDS er aktion den fase, hvor eleverne arbejder med at løse opgaverne på egen hånd i en adidaktisk situation. Læreren er således i denne fase trådt til side, og eleverne arbejder selv. I og med at denne fase er en adidaktisk situation, har det også været centralt, at de underkategorier, der er placeret her, er kategorier som udelukkende handler om elevernes arbejde, hvilket helt naturligt har sorteret nogle underkategorier fra i denne kategori.

Underkategorierne trækker naturligvis på andre kategorier, og er afhængig af at andre anbefalinger har fundet sted.

At *udvikle egne strategier* er helt centralt i litteraturen, når det kommer til elevernes udvikling af adaptiv ekspertise. Det kommer i forlængelse af kategorien fra afsnit 6.5.5 om at aktivere forhåndsviden, særligt fordi elevernes forhåndsviden og brug af overgangsstrategier er med til, at de kan udvikle egne strategier. At aktivere forhåndsviden er en didaktisk situation, hvor læreren minder eleverne om evt. viden, hvorimod det at udvikle egne strategier er næste skridt. Det er en adidaktisk situation og er udelukkende påvirket af eleven selv, og eventuelt inspiration elev-elev imellem. Eleverne skal ligeledes have en *bred vifte af strategier* at vælge mellem. Selve instruktionen og tilblivelsen af de mange strategier ligger inden for andre kategorier, fx eksplicit instruktion og repræsentationer under *institutionalisering*. Men under elevernes arbejde er det vigtigt, at de har forskellige strategier at trække på alt efter opgaven, som skal løses. Fleksible tænkere har mange strategier at vælge mellem og kan vælge til og fra.

Under aktion er der kun to anbefalinger, og det handler om elevernes arbejde uden læreren. Det er således et udtryk for, at arbejdet med regnestrategier handler meget om, hvordan læreren faciliterer undervisningen, veletablerede SM, samt at det er et område, hvori der er meget dialog både eleverne imellem, men også mellem lærer og elev. Mange af kategorierne påvirker også kategorien aktion indirekte. Eleverne anvender her mange af de anbefalinger, som læreren faciliterer, og som også præsenteres i andre kategorier. De to underkategorier her bliver derfor påvirket af de øvrige kategorier, og det har betydning for elevernes selvstændige arbejde.

Jeg vurderer derfor, at følgende anbefalinger hører inden for aktion; *udvikle egne strategier* og *bred vifte af strategier*.

6.6.2 Udvikle egne strategier

I dette afsnit vil jeg belyse vigtigheden i, at elever udvikler egne strategier. Litteraturen kommer mange steder med argumenter for, at elever skal udvikle egne strategier, og at det bl.a. er med til at højne motivationen. Det er ligeledes påvist, at elever, der opfinder egne strategier, har færre fejl, end de elever, der er undervist i algoritmer fra start (Hedrán, 1999).

At udvikle egne strategier gøres med udgangspunkt i elevernes forhåndsviden, jf. afsnit 6.5.5. Det kræver således en matematisk forståelse og fleksibilitet samt evne til at ræsonnere for at kunne se muligheder i nye strategier.

I Verschaffel og De Corte (1996) artikel er *der begrundelser for, hvorfor det netop er vigtigt, at eleverne udvikler egne strategier*. Verschaffel og De Corte (1996) sammenfatter og diskuterer generelle anbefalinger, der ligger til grund for matematikundervisningens reform. Heriblandt er også elevens udvikling af egne strategier. Verschaffel og De Corte (1996) trækker på andre forfattere inden for området og kommer bl.a. frem til, at undervisningen bør give mulighed for individuelle strategier, da ikke alle elever foretrækker den samme strategi. Elever bør derfor være aktivt involveret i at udtænke egne algoritmer til beregning med udgangspunkt i deres viden, om bl.a. stedværdi, nedbrydning af tal samt deres mentale beregnings- og estimeringsevner. Denne tilgang vil på den lange bane forbedre elevernes forståelse og motivation og vil også bidrage til elevernes generelle problemløsningsevner. Det betyder således, at det er med udgangspunkt i eleverne forhåndsviden og overgangstrategier, at de udvikler egne strategier.

Clements og Sarama (2021b) argumenterer også for, *at elever skal opfinde deres egne aritmetiske strategier*. De opstiller punkter for, hvad forskningen tyder på, og her kommer det bl.a. til udtryk, at læreren bør opmuntre eleverne til at opfinde egne strategier. Udviklingen af egne strategier gøres bl.a. ved at forklare strategier til jævnaldrende og ved lærerens aktive vejledning. Også ifølge Hedrán (1999) opfordres læreren til at lade eleverne opfinde egne strategier. Læreren kan vise metoder, som læreren finder effektive, men bør aldrig påtvinge en metode til eleverne, men netop lade eleverne selv udvikle en effektiv metode, som efterfølgende diskuteres med klassekammerater.

6.6.3 Bred vifte af strategier

I dette afsnit vil jeg belyse vigtigheden i, at elever har en bred vifte af strategier at vælge mellem. Generelt fremgår det i litteraturen, at alle elever har gavn af, at kende mange strategier, da elever med et større repertoire af tilgængelige strategier er stærkere til beregninger. Det er med til at udvikle deres talforståelse, kreativitet og fleksibel tænkning. For at eleverne, her i aktion, har flere strategier at trække på, skal de således i *institutionalisering* og *devolution* klædes på til at kunne trække på de mange forskellige strategier, så de er i stand til at kunne vælge den strategi, de mener, er passende til den enkelte opgave.

Clements og Sarama (2021a) fremhæver, at *brugen af flere strategier understøttes med at udvikling af en solid og grundlæggende talforståelse*. Elever, der er dygtige til beregninger, kender og bruger flere strategier, hvilket netop understreger vigtigheden af ikke kun at lære én procedure. Det er således afgørende, at eleverne lærer at ræsonnere strategisk og kan tilpasse og vælge strategier til forskellige situationer, så de nemt og hurtigt kan finde svaret på enhver aritmetisk opgave.

I Shaw et al. (2020) undersøgelse vises eksempler på *studerende, der ikke anvender mange strategier*. Her undersøges fleksibiliteten i matematisk tænkning og undersøgelsen viste, at de studerende i gennemsnit kun kunne tre unikke strategier ud over den traditionelle metode, de havde lært i folkeskolen. Undersøgelsen peger ligeledes på, at mange års undervisning baseret på traditionelle procedurer, gør det svært for elever at tænke ud over standardmetoder. Shaw et al. (2020) udtrykker, med udgangspunkt i anden forskning, at det at kunne anvende forskellige strategier til at løse et matematiske problem, er en vigtig del af at udvise adaptiv ekspertise i matematik. Det er fx at overføre viden til nye situationer, at bruge flere løsningsstrategier, at ræsonnere om alternative strategier og at vise forbedrede mentale repræsentationer. Det er alt sammen med til at fremme dybere forståelse og problemløsningsevne.

6.6.4 Opsummering

Konklusionen på, hvordan *aktion* kan være med til at besvare mine spørgsmål, med udgangspunkt i de to kategorier, er, at eleverne her på egen hånd arbejder med passende strategier. Det er en adidaktisk situation, og eleverne trækker særligt på *institutionalisering* og *devolution*.

Litteraturen understreger vigtigheden af, at eleverne udvikler egne strategier til matematiske opgaver. Det er her eleverne får mulighed for selvstændigt at afprøve og udvikle egne strategier, hvilket er med til at fremme motivation og autonomi, samtidig med at det giver en dybere matematiske forståelse, da det netop er her, eleverne bygger videre på deres forhåndsviden og lærer at ræsonnere fleksibelt. Elever, der opfinder og anvender egne strategier, begår færre fejl sammenlignet med elever, der udelukkende undervises i faste algoritmer.

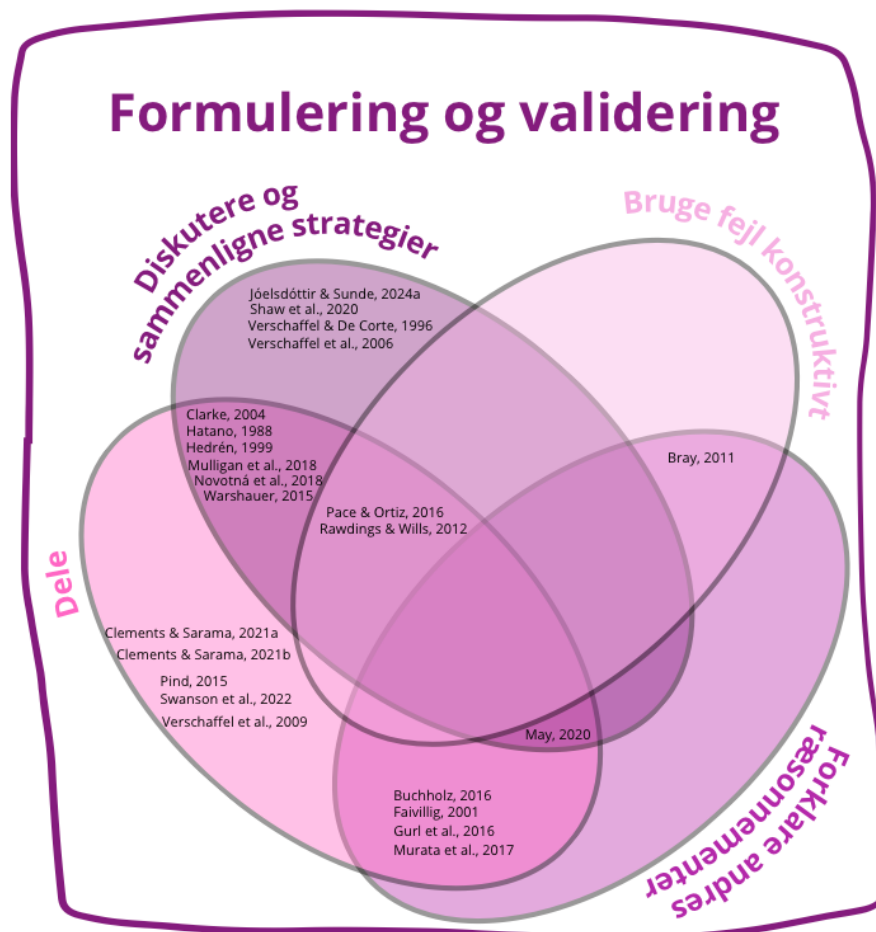
Eleverne er i institutionalisering blevet introduceret til forskellige strategier, og det er således vigtigt, at de opnår et bredt repertoire af strategier, som de kan vælge imellem, og som de kan tilpasse til forskellige matematiske problemstillinger. Et varieret strategivalg styrker deres talforståelse, kreativitet og fleksible tænkning. For at eleverne kan vælge den mest hensigtsmæssige strategi til forskellige opgaver, skal de støttes i at lære, forstå og anvende de mange forskellige løsningsmetoder.

6.7 Formulering og validering

Formålet med dette afsnit er at belyse, hvorledes *formulering og validering* kan bidrage til besvarelse af mine opstillede spørgsmål.

I min litteratursøgning, fandt jeg 23 publikationer der kan bidrage til *formulering og validering*. I besvarelsen vil jeg redegøre for og forholde mig til underkategorierne inden for formulering og validering, som ifølge min fortolkning af litteraturen kan bidrage til den endelige opgørelse over anbefalinger til en undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS.

På figur 20 er litteraturen præsenteret i et venn-diagram, hvor det fremgår, hvordan litteraturen enten overlapper eller er unik inden for underkategorierne. Jeg vil i næste afsnit afdække og begrunde mine overvejelser.



Figur 20: Venn-diagram over kategorisering af litteratur inden for *formulering og validering*.

6.7.1 Kategorisering vedrørende formulering og validering

I Brousseau (2006) fem faser i TDS er faserne *formulering* og *validering* to separate faser.

Formulering er fasen, hvor der er fokus på at formulere og begrunde løsninger. Det kan være i direkte forlængelse af *aktion*, hvor eleverne sætter ord på deres resultater og strategier. Her er der et særligt sprogligt læringspotentiale, hvor det er vigtigt at sætte ord på egne strategier og således lære af både egne og andres formuleringer. Denne fase kan både være didaktisk og adidaktisk, da det handler om, hvorvidt formuleringen sker eleverne imellem, og at de klarer kommunikationen selv, eller om lærerens støtte er nødvendig i denne fase. I *validering* skal elevernes resultater og hypoteser valideres, hvilket vil sige, at eleverne argumenterer for deres valg af strategier og diskuterer deres løsningsforslag. Eleverne kan diskutere selv, men oftest vil denne fase være overvejende didaktisk, da læreren indtager en rolle som facilitator af denne diskussion. Jeg har her i min kategorisering valgt at koble de to sammen til en fælles kategori, da jeg vurderer, at mine underkategorier overlapper begge faser i TDS.

At dele er en kategori, jeg har valgt at opdele i to; *beskrive med egne ord*, samt *at lytte til andres forklaringer*. Jeg vil som udgangspunkt behandle denne kategori samlet, men har valgt stadig at holde fast i opdelingen mellem at beskrive og at lytte, da det er interessant, at der er publikationer, der specifikt sætter fokus på, at eleverne ikke bare forklarer, men også lytter, da det har en stor værdi, særligt i forbindelse med at eleverne senere skal validere og diskutere hinandens strategier. Netop at beskrive valgte strategier med egne ord er en del af formuleringen, hvorimod ved at lytte til hinandens strategier bevæger vi os et sted mellem formulering og validering af strategier. *At diskutere og sammenligne strategier* adskiller sig fra *at dele* på den måde, at der er fokus på at forholde sig kritisk til andres valg af strategier og deltage i en diskussion og sammenligning i de strategier, der kunne være effektive i et relevant regnestykke. Det kræver et overblik og en veludviklet talforståelse at kunne indgå i det. Her kan læreren være med som støtte og hjælpe med både at formulere og validere de bud, der kommer i spil. *At forklare andres ræsonnementer* er et skridt dybere, da det her handler om at kunne sætte sig ind i klassekammeraters tankeprocesser og komme med bud på, hvad der er tænkt, og jeg vurderer derfor, at det fortjener sin egen kategori. Den sidste kategori i formulering og validering er *at bruge fejl konstruktivt*. Fejl er en uundgåelig del af læringsprocessen, og det træder eksplicit frem i litteraturen som en vigtig faktor i læringen. Jeg vurderer derfor, at den også skal have sin egen underkategori. Den er placeret her, idet det er en didaktisk situation, som faciliteres af læreren, og det er en del af den fase, hvor elevernes bud bliver valideret.

Jeg vurderer derfor, at følgende anbefalinger hører inden for formulering og validering; *Dele, diskutere og sammenligne strategier, forklare andres ræsonnementer og bruge fejl konstruktivt.*

6.7.2 Dele

Formålet med dette afsnit er at belyse, hvordan det at dele strategier med hinanden kan være med til at udvikle elevernes fleksible strategier. Som det ses i venn-diagrammet (figur 20) er det et gennemgående tema og stærkt repræsenteret i litteraturen, at eleverne skal dele deres valg og strategier med hinanden, og at det har stor betydning for elevernes udvikling af adaptive strategier. At dele sine strategivalg involverer både det at beskrive valgte strategier med egne ord samt at lytte til andres forklaringer af deres valgte strategier. Når elever deler med hinanden, lærer de at beskrive deres valg, og de får inputs fra andre om eventuelle andre måder at udføre opgaven på. Det kan udvide elevernes repertoire af strategier, og vil hjælpe dem med at udvikle og formulere egne ideer. Læreren har her en central opgave i at facilitere, hvilket fx ifølge Murata et al. (2017) kan være at stille processpørgsmål, så eleverne får udvidet og formuleret egne ideer, og derved kommer pointerne tydeligt frem i den fælles klassesdiskussion.

Clements og Sarama (2021b) pointerer, at sproget er særdeles vigtigt. At elever forklarer med egne ord og beskriver deres løsningsstrategier med hinanden og med klassen. Det vigtige er, at de med egne ord beskriver hvordan de har gjort og begrundet deres valg. Læreren uddyber og reflekterer tilbage med fx vejledende spørgsmål, så de med et klart ensartet matematisk ordforråd får pointerne tydeligt frem. Der kan også være brug for, at læreren forklarer yderligere, hvis det er relevant.

Et eksempel på, at eleverne skal lytte til andres forklaringer, finder vi i Pace og Ortiz (2016), som trækker på anden forskning, hvor der opstilles fire normer, der vurderes at være nyttige, når eleverne deler strategier med hinanden:

- Hvis du ikke forstår, så stil spørgsmål
- Lyt nøje til andre
- Hvis du er uenig, så giv en begrundelse
- Værdsæt alles tankegang

Elevers egen matematiske tænkning giver mening for dem, men det kan føre til nye forbindelser mellem begreber ved at lytte til og kommunikere med jævnaldrende, og eleverne lærer derved at løse problemer med flere forskellige strategier.

6.7.3 Diskutere og sammenligne strategier

Formålet med dette afsnit er at fremhæve, hvordan diskussion og sammenligning af forskellige strategier kan bidrage positivt til udviklingen af nye strategier. Når eleverne drøfter forskellige strategier, vil de, i følge Clarke (2004), indlede en proces, hvor de vurderer strategiens matematiske gyldighed, effektivitet og mulighed for generalisering. Over tid vil dette styrke elevernes evne til at sammenligne forskellige strategier, og eleverne vil således på et oplyst grundlag kunne trække på denne viden, når de skal løse mere udfordrende opgaver.

Ifølge Novotná et al. (2018) bør eleverne arbejde med de samme opgaver, *så alle efterfølgende kan deltage i en meningsfuld diskussion om de forskellige strategier, der anvendes*. Det italesættes ligeledes at frem for at bruge lukkede opgaver, som fx $25 + 9$, hvor der ikke er store muligheder for at udvikle kreativitet og vedholdenhed, skal der i stedet bruges mere åbne opgaver. Det vil tilskynde elever at blive ved med at producere løsninger, der er kreative og komplekse nok at udføre, hvilket er med til at udvikle deres tænkning. Derefter kan løsningerne og aritmetiske strategier diskuteres i klassen for således at udvide forståelsen for alle.

Ifølge Hatano (1988) kan *diskussion af strategier støtte elever i deres forståelse*, da diskussionen kan frembringe overraskelse, forvirring og diskoordinering. Overraskelse kan opstå, når en elev opdager at en andens strategi giver et andet resultat end forventet. Forvirring kan opstå, når eleverne bliver præsenteret for forskellige tilgange og må tage stilling til, hvilken der er bedst, hvilket tvinger eleverne til at reflektere over egen tænkning. Diskoordinering kan opstå, når eleverne skal forklare og forsvare deres strategi over for andre. Eleverne bliver således opmærksomme på huller i deres forståelse, og de får på den måde mulighed for at udvikle mere sammenhængende og fleksibel matematisk tænkning.

6.7.4 Forklare andres ræsonnementer

Pointen med dette afsnit er at belyse effekten af, når elever sætter ord på andres tænkning og valg af strategier. Det er et område, der ikke er så udbredt i litteraturen, men som det fremgår af vennediagrammet (figur 20), er det et tema, der overlapper med de andre temaer i denne kategori. Ved at forklare og analysere andres ræsonnementer og løsninger ser eleverne muligheder i andre måder at

løse en opgave på, og på den måde fremmer det elevernes ræsonnement og kreative tænkning, og eleverne kan således observere sammenhænge mellem forskellige strategier.

May (2020) kommer med et eksempel på, hvor det *at præsentere og forklare andres ræsonnementer kan bidrage til udviklingen af talforståelse og fleksibilitet* i elevers udregninger. I undersøgelsen oplevede de elever, der engagerede sig i strategitænkning, da de forklarede deres ræsonnement og analyserede, hvad øvrige elever brugte til at løse beregningerne. Eleverne var mere positive og begejstrede end i undervisningen, hvor denne metode ikke blev brugt. Derudover viste eleverne også større talforståelse ved at bruge og diskutere tal på en mere fleksibel måde.

I Murata et al. (2017) undersøgelse er der eksempler på, *at klassediskussioner ikke kun handler om at forklare egne strategier og lytte til andres*, men at der desuden stor værdi og læring i at reflektere over andres proces. I undersøgelsen spørger læreren ud i klassen, om der er elever, der kan forklare, hvad en elev har tænkt i en udregning. Flere elever byder ind med forskellige bud. På den måde forsøger de øvrige elever at sætte sig i hendes tankegang og forklare hendes ræsonnementer, og eleverne udvikler i fællesskab strategier og lærer at formulere egne og andres tankeprocesser. I denne anbefaling er det ligeledes vigtigt at fastholde god tænketid, jf. afsnit 6.5.4, og ikke afbryde eleverne.

6.7.5 Bruge fejl konstruktivt

Pointen med dette afsnit er at belyse, hvordan fejl kan bruges som et effektivt redskab i læringsprocessen. Litteraturen anbefaler, at læreren inddrager og fremhæver elevernes fejl for at skabe en fælles læring. Ifølge (Pace & Ortiz, 2016) er det vigtigt for at kunne bruge fejl effektivt med et veletableret klasse miljø, der fremmer dialog med tillid, respekt og mulighed for argumentation. Det er altså afgørende med veletablerede SM for at kunne danne rammen, hvor det er trygt at lave fejl, for hvis fejl bliver brugt rigtigt, er de gode at lære af. Der skal således i klassen være en vilje til at begå fejl samt en vilje til at blive ved med at overvinde eventuelle fejl.

I Fraivillig (2001) er der eksempel på, *at læreren accepterer og fremhæver elevernes fejl*. Fejl skal gøres til læringsværdige øjeblikke, og læreren opfordrer eleverne til ikke at tænke på svaret, men i stedet give dem tid til at udforske og diskutere forskellige løsningsstrategier før svaret evalueres.

Formålet med dette er at fremkalde og udvide elevernes tænkning ved at stille spørgsmål samt fremhæve og diskutere elevernes fejl, jf afsnit 6.5.3. Fx opfordrede læreren en elev til at undersøge sin forklaring på en forkert løsningsmetode til at finde forskellen mellem to tal. Denne strategi resulterede i en produktiv matematisk diskussion i hele klassen. Det er netop et eksempel på at bruge fejl som udgangspunkt for nye læringsmuligheder.

Pace og Ortiz (2016) pointerer ligeledes, *at fejl er gode og brugbare i læringsituationer*, i et trykt klassemiljø, jf. SM. Det italesættes, at alle laver fejl, og det at lave fejl er vigtigt. Hvis fejlene bruges rigtigt, er der god læring i dem; ikke kun for den, der laver fejlene men for hele klassen. Det kræver en vilje til at begå fejl og også at være vedholdende i at overvinde fejlene. Derved er det vigtigt, at alle bidrag værdsættes af alle elever for at opnå den optimale læring.

6.7.6 Opsummering

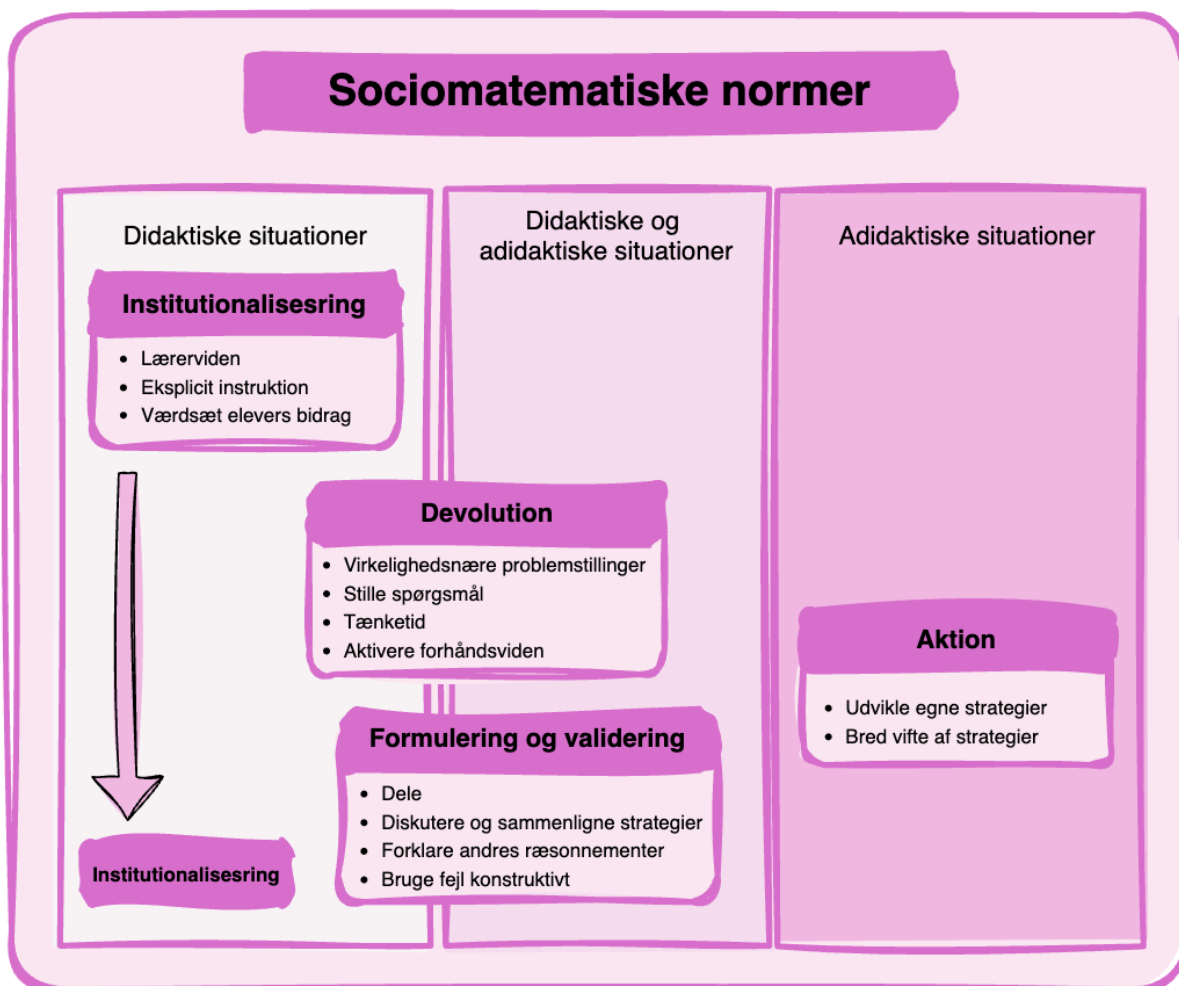
Konklusionen på, hvordan *formulering og validering* kan være med til at besvare mine spørgsmål, med udgangspunkt i de fire kategorier, er bl.a. anbefalingerne, der bidrager til den fælles klasseopsamling.

Litteraturen fremhæver, at det at dele og diskutere strategier i klassen er afgørende for elevernes udvikling af fleksible og adaptive strategier. Når elever beskriver egne strategier og lytter til andres forklaringer, udvider de deres repertoire og får nye perspektiver på problemløsning. Diskussion og sammenligning af forskellige strategier styrker elevernes evne til at vurdere gyldighed, effektivitet og generaliserbarhed, hvilket gør dem bedre rustet til at vælge hensigtsmæssige strategier til forskellige opgaver.

At sætte ord på andres tænkemåder fremmer elevernes ræsonnement og kreative tænkning, da de lærer at se sammenhænge mellem forskellige løsningsmetoder. Samtidig understreger litteraturen vigtigheden af at bruge fejl aktivt i læringsprocessen. Når fejl inddrages i et trykt og respektfuldt klassemiljø, hvor der er veletableret SM, bliver de til værdifulde læringsmuligheder, der kan styrke både forståelse og motivation for at overvinde udfordringer. Lærerens rolle som facilitator er central for at fremme dialog, refleksion og en positiv tilgang til fejl.

Ud fra ovenstående opsummering kan jeg inden for de fem overordnede kategorier opstille følgende model over generelle anbefalinger for en undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS (figur

21). Modellen indeholder alle fem kategorier, hvor SM omkredser det hele. Institutionaliseringen har elementer, der bringes i spil i starten og i slutningen af en undervisningssituation, hvilket illustreres ved pilen. De øvrige kategorier er placeret i de didaktiske og adidaktiske situationer.



Figur 21: Egen model over anbefalinger til undervisning i regnestrategier set i lyset af TDS

6.8 Delkonklusion

Gennem et hermeneutisk review har jeg undersøgt, *hvordan den matematikdidaktiske forskning om regnestrategier ser ud set i lyset af hovedkategorierne inden for teorien om didaktiske situationer*. Jeg vil her i delkonklusionen besvare mine tre spørgsmål én ad gangen med udgangspunkt i de fem kategorier.

Til spørgsmålet om *hvordan læreren kan støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i didaktiske situationer*, kan særligt *sociomatematiske normer* og *devolution* bidrage til et endeligt

svar. Læreren har sørget for at få etableret passende SM, der sikrer et trygt klasserum, hvor de uskrevne regler, om hvad der tæller for en god løsning og for en god matematisk forklaring, er afstemt mellem lærer og elever. Dette er med til at skabe de bedste og mest optimale læringsmuligheder for elevens udvikling af strategier. Læreren har i *devolution* en central opgave i at få overdraget opgaven, så læreren sørger for, at eleverne har den nødvendige viden til at påtage sig opgaven. Virkelighedsnære problemstillinger motiverer eleverne og er vigtige for, at de viser engagement. Det er ligeledes vigtigt, at læreren lader eleverne blive i problemstillingen, inddrager elevernes forhåndsviden ved ikke at komme med svar, men snarere komme med spørgsmål, der får eleverne til at tænke yderligere, samt giver eleverne den tænketid de har brug for.

Til spørgsmålet om, *hvordan eleverne udvikler og afprøver egne regnestrategier, når de arbejder selvstændigt i adidaktiske situationer*, vil SM igen være centrale, da de er med til at give eleverne en fælles referenceramme for hvad der forventes af dem, og hvordan de skal arbejde med opgaven. *Aktion* er også helt central, da det netop er her, eleverne arbejder i de adidaktiske situationer og uden lærerens indblanding. For at eleverne kan varetage dette arbejde og udvikle egne strategier vil *institutionalisering* prioriteres. Det kræver, at læreren har den nødvendige faglige og pædagogiske viden til at kunne bidrage med eksplicit instruktion samt at klæde eleverne på til brug af repræsentationer til støtte og udvikling af nye strategier. Det er vigtigt, at eleverne udvikler egne strategier, da det vil øge motivationen og samtidig give en dybere matematisk forståelse, ligesom det er vigtigt, at eleverne har et bredt repertoire af strategier, som de kan vælge mellem og tilpasse til de forskellige opgaver. I interaktionen mellem eleverne er det vigtigt, at eleverne kan sætte ord på deres fremgangsmåder, og de på den måde kan hjælpe hinanden, hvilket gør sig gældende i den adidaktiske del af *formulering og validering*.

Til spørgsmålet om, *hvordan fælles opsamling bruges til at udvikle elevernes strategiforståelse*, vil jeg igen trække på SM. At have etableret passende normer i en klasse har stor betydning for, hvordan eleverne byder ind i en fælles opsamling. Hvad tæller for et godt resultat og for en god forklaring? Sproget og kommunikationen omkring elevernes strategivalg har stor betydning. At eleverne sætter ord på egne og andres ræsonnementer, at de diskuterer og sammenligner valg af strategier, og at de bruger eventuelle fejl til at opnå ny læring, er optimale faktorer til at udvikle fleksibilitet og et reflekteret strategibrug.

7 Analyse af krydsfelter mellem beliefs og regnestrategier

I dette kapitel vil jeg lave en analyse, hvor jeg sammenholder mine to hermeneutiske reviews. Jeg vil i dette afsnit arbejde med underspørgsmålet til del C:

*Hvilke **argumenter** kan man fremføre i forhold til, om forældres matematikrelaterede beliefs enten **understøtter** eller **modarbejder** de anbefalede tilgange til arbejdet med regnestrategier.*

I skemaet (figur 22) har jeg sat fundene fra de to reviews overfor hinanden i en fælles matrix. Matricen kan bruges på mange forskellige måder, og man kan lave alle mulige koblinger for, hvad der er interessant at undersøge. Det kan bruges med afsæt i forældres beliefs og med regnestrategier som indgang til at påvirke forældres tilgang til undervisningen. Man kan også vælge at se på regnestrategier som mål og være tro mod litteraturens bud på en god måde at arbejde med regnestrategier, og så betragte forældrenes beliefs som en støtte eller en forhindring. Jeg har, jf. mit underspørgsmål C, valgt at tage udgangspunkt i det sidste, nemlig at forholde mig til, hvordan forældres beliefs enten understøtter eller modarbejder arbejdet med regnestrategier. Det vil jeg gøre med udgangspunkt i matricen (figur 22), hvor jeg først vil udpege relevante nedslag, som jeg vil illustrere ved at opstille diskussionsspørgsmål, hvorefter jeg vælger to nedslag som jeg vil lave en analyse af.

		Sociomatematiske normer																
		Sociomatematiske normer	Institutionalisering				Devolution				Aktion		Formulering og validering					
			Lærerviden	Eksplicit instruktion	Værdsæt elevs bidrag	Repræsentationer	Virkelighedsnære problemstillinger	Stille spørgsmål	Tænketid	Aktivere forhåndsviden	Udvikle egne strategier	Bred vifte af strategier	Dele		Diskutere og sammenligne strategier	Forklare andres resonnementer	Bruge fejl konstruktivt	
Selvet	Selveffektivitet																	
	Matematik er svært																	
	Mindset																	
	Matematikangst																	
Social kontekst	Kønsstereotyper																	
	Interaktion																	
Matematikundervisning	Undervisningsmetoder																	
	Produktive vanskeligheder																	
	Fejl																	
	Tidlig matematik																	
Matematik som disciplin	Math value																	
	Formelle og uformelle aktiviteter																	

Figur 22: Sammenkobling af reviews

7.1 Analyser med afsæt i regnestrategier

Jeg vil her i afsnittet komme med bud på, hvordan man kan tilgå min matrix (figur 22) og undersøge, hvordan man kan bruge regnestrategier som indgang til at påvirke forældres beliefs til undervisning.

Det kunne være interessant at undersøge, hvordan anbefalingen om, *at diskutere og sammenligne strategier*, kan udfordre og påvirke forældrenes beliefs om *undervisningsmetoder*. Jf. afsnit 5.5.2, trækker jeg bl.a. på Vazquez et al. (2020), der påpeger at forældre fastholder et billede af matematikfaget fra egen skoletid og derved har mistillid til nye metoder til at undervise i matematik, samt at de ikke kender de løsningemetoder, som børnene præsenteres for. Ifølge Clarke (2004), jf. afsnit 6.7.3, vil sammenligning af strategier udvide elevernes strategiudvalg og give eleverne flere strategier at trække på. Hvordan kan denne tilgang til strategiarbejdet udvide forældrenes horisont i forhold til et forældet syn på undervisningsmetoder? Vil forældrene selv være i stand til at kunne deltage i en diskussion om strategivalg, og hvad skulle der til? Hvilke bekymringer har forældrene i forhold til denne ændring?

Man kunne også undersøge, hvordan anbefalingen om etablering af *sociomatematiske normer* har betydning for forældres beliefs om *interaktion*. Jf. afsnit 6.3.2 er det ifølge Yackel og Cobb (1996) centralt i etableringen af SM, at de uskrevne regler, om hvad der accepteres som en god løsning og god matematiske forklaring, er tydelig og afstemt for alle parter. Forældres belief om interaktion er primært styret af forskellige tilgange til, hvordan de interagerer med deres barn. I afsnit 5.4.3 præsenterede jeg Muenks et al. (2015) anvendelse af mestrings- og præstationsorienteret adfærd, som to tilgange forældre bruger i interaktionen med deres barn. Hvordan kan forældrenes beliefs om måden at interagere med deres barn om matematik på, påvirkes af SM? I hvilken grad kan SM fra skolen overføres til interaktionen og matematiske samtaler i hjemmet? Hvilke forskelle ses i forældrenes tilgang til interaktionen afhængig af kendskab til og forståelse af SM?

7.2 Analyser med afsæt i forældre beliefs

Her i afsnittet kommer jeg med bud, på hvordan man kan tilgå min matrix (figur 22) og undersøger hvordan forældres matematikrelaterede beliefs enten understøtter eller modarbejder arbejdet med regnestrategier.

Et nedslag, man kunne undersøge, er, hvordan forældres belief om *fejl*, kan ses som en støtte eller en forhindring for anbefalingerne for regnestrategier om at *bruge fejl konstruktivt*. Her kunne man undersøge, hvordan forældres beliefs, om at fejl er gavnlige for deres børns matematiklæring, spiller sammen med anbefalingerne om at bruge fejl konstruktivt i undervisningen. Barger et al. (2022) pointerer en kobling mellem forældres holdning til fejl, forældres mindset om evne og indsats, samt hvilken form for respons forældre anvender, når det handler om fejl (jf. afsnit 5.4.3). Hvilken betydning har det for forældres håndtering af fejl, hvis de har et mindset, der er præget af evne eller indsats? Og formår forældre at bruge børns fejl konstruktivt?

Det er også muligt at undersøge forældres beliefs om *undervisningsmetoder* i forhold til anbefalingerne for regnestrategier om *virkelighedsnære problemstillinger*. I litteraturen, jf. afsnit 5.5.2, tegner sig et billede af at forældre fastholder et billede af matematikfaget fra egen skoletid, hvor fokus var på traditionelle metoder og udenadslære. Ifølge Fitzsimons et al. (1996) opfatter forældre matematik som et isoleret skolefag og ikke som den matematik der bruges i hverdagen. Hvorimod det i undervisningen anbefales at skabe en sammenhæng mellem skolematematik og hverdagsmatematik jf. afsnit 6.5.2. Her kunne det være interessant at undersøge hvilken betydning forældres beliefs om traditionelle undervisningsmetoder har på elevers arbejde i en kontekstbaseret undervisning. Hvordan påvirker forældres opfattelse af matematikfaget deres forventninger til undervisningen?

Det kunne også undersøges, hvordan forældres beliefs om *produktive vanskeligheder*, spiller sammen med anbefalingen om at give eleverne *tænketid*. Jf. afsnit 5.5.3, oplever forældre produktive vanskeligheder som gavnlige for børns læring. Fx pointerer Vazquez et al. (2020), at en stor del af forældrene mener, at det er gavnligt, men forældre, der ikke oplever deres børn som gode til matematik, kan være tilbøjelige til at undgå de produktive vanskeligheder. I forhold til en undervisning med regnestrategier anbefales det derimod at give eleverne tænketid. Jf. afsnit 6.5.4, hvor Murata et al. (2017) påpeger, at det er centralt ikke at afbryde eleverne, mens de forklarer, eller tænker. Her kunne det være interessant at undersøge, hvordan forældre formår at støtte børn i de produktive vanskeligheder. Hvordan håndterer forældre at give deres børn tænketid? Hvor stor betydning har forældres beliefs om mindset og køn i denne forbindelse? Og formår forældre at give børn den nødvendige tænketid, inden de evt. hjælper?

Man kunne også i forlængelse af ovenstående undersøge *produktive vanskeligheder* i forhold til anbefalingen om at *stille spørgsmål*. Her er en tæt forbindelse, når børnene skal støttes i at være i produktive vanskeligheder. Det gør sig særligt gældende for, hvordan de ledes videre i deres arbejde. Jf. afsnit 6.5.3, hvor Fraivillig (2001) pointerer, hvordan spørgsmål kan være med til at skabe tænkende elever og Murata et al. (2017), der skelner mellem forskellige spørgsmålstyper. Hvordan kan spørgsmål hjælpe forældre med at støtte børn i produktive vanskeligheder? Er forældrene opmærksomme på forskellen på proces- og løsningsspørgsmål? Hvilke typer spørgsmål anvender forældre mest? Og har det betydning, om forældre kan løse den faglige problemstilling, i forhold til den type spørgsmål, de stiller? Hvordan kan *tænketid* og *stille spørgsmål* supplere hinanden i forældres tilgang til *produktive vanskeligheder*?

Dette er blot få ud af mange mulige koblinger, man kan lave ud fra den samlede matrix over forældres matematikrelaterede beliefs i forhold til regnestrategier. Jeg vil i næste afsnit gå mere i dybden med enkelte udsnit som jeg finder i min matrix, netop udgangspunkt i forældres beliefs i forhold til undervisning i regnestrategier.

7.3 Første analytiske nedslag: Interaktion

Det første nedslag jeg har valgt, er *interaktion*, som er et af forældrenes beliefs under *beliefs om den sociale kontekst*. På trods af muligheder for mange relevante nedslag er det af pladsmæssige årsager kun muligt at inddrage én og valget faldt på at *stille spørgsmål*. Dette krydsfelt er illustreret i figur 23.

		Sociomatematiske normer															
		Institutionalisering				Devolution				Aktion		Formulering og validering					
		Lærerviden	EksPLICIT instruktion	Værdsæt elevs bidrag	Repræsentationer	Virkelighedsnære problemstillinger	Stille spørgsmål	Tænketid	Aktivere forhåndsviden	Udvikle egne strategier	Bred vifte af strategier	Dele					
												Beskrive med egne ord	Lytte til andres forklaringer	Diskutere og sammenligne strategier	Forklare andres ræsonnementer	Bruge fejl konstruktivt	
Social kontekst	Kønsstereotyper																
	Interaktion																

Figur 23: Uddrag af matrix til analyse med udgangspunkt i interaktion

7.3.1 Kobling mellem *interaktion* og *stille spørgsmål*

Forældres beliefs om matematiske evner og læring har stor betydning for, hvordan de interagerer med deres børn om matematik. Forskningen viser, at forældres opfattelser, om evner er faste eller formbare, direkte påvirker deres respons og støtte (jf. figur 10 i afsnit 5.4.3). Gunderson et al. (2012) og Barger et al. (2022) skelner mellem person- og procesorienteret respons, så forældre med et fast mindset primært interagerer på børns evner, mens forældre med et formbart mindset i højere grad interagerer på indsats. Procesorienterede respons fremmer børns motivation og læring, mens personorienteret respons kan hæmme motivationen og fastholde børn i et selvbillede. Muenks et al. (2015) påpeger desuden, at forældres beliefs om evners formbarhed hænger sammen med om forældre vælger mestrings- eller præstationsorienteret adfærd. Mestringsorienteret adfærd indebærer støtte til læringsprocessen, mens præstationsorienteret adfærd fokuserer på resultatet og ofte indebærer, at forældrene løser opgaven for barnet. Forældre med et fast mindset vælger oftere præstationsorienteret og kontrollerende adfærd, hvilket kan begrænse barnets udvikling af selvstændige strategier.

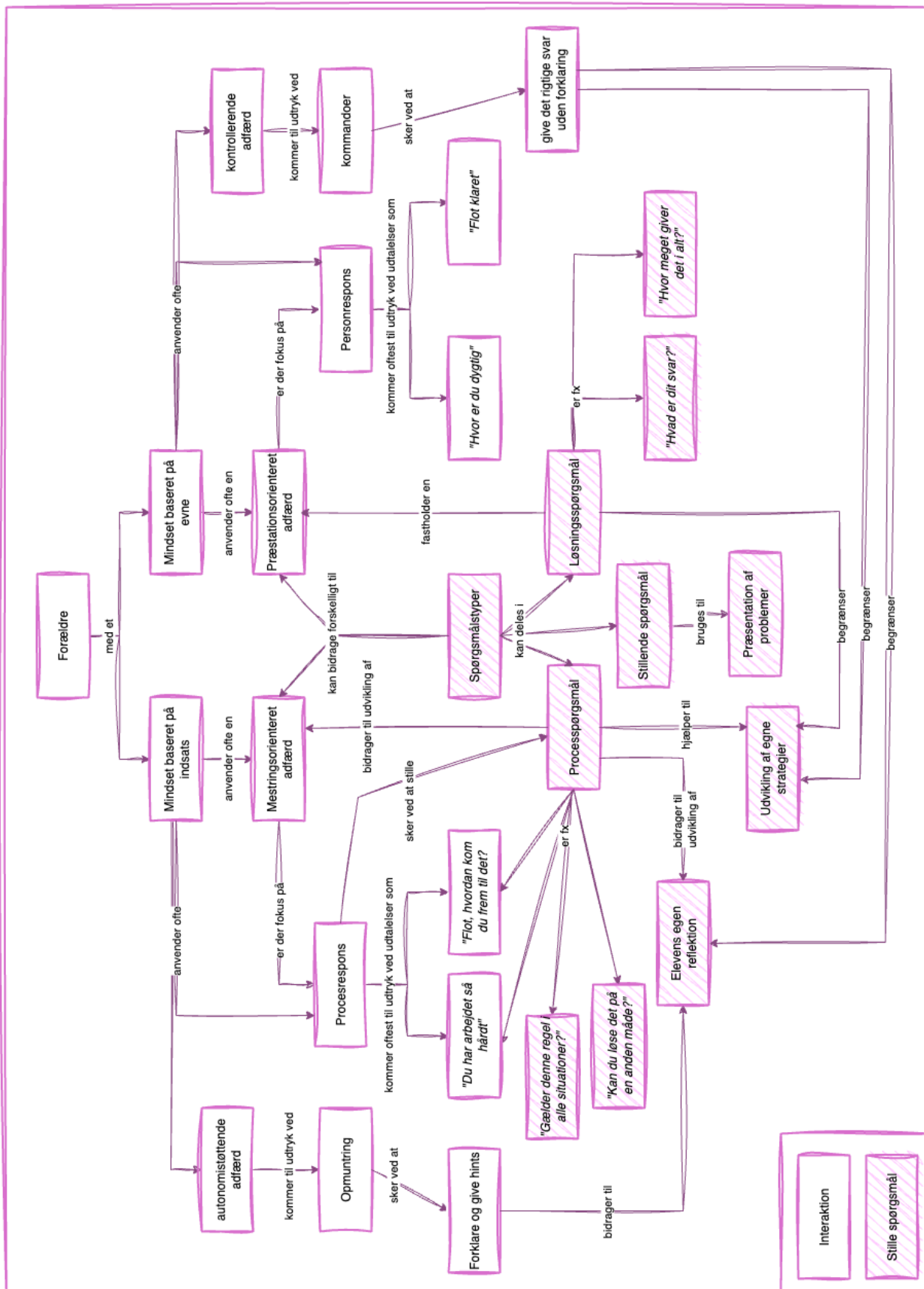
Dette har klare paralleller til anbefalinger om interaktionen mellem lærer og elev i matematikundervisningen. Bl.a. Murata et al. (2017) argumenterer for, at lærere, ligesom forældre, bør fokusere på at stille åbne, procesorienterede spørgsmål frem for at give hurtige svar. Når der

stilles vejledende spørgsmål, opmuntres eleven til at reflektere, forklare og udvikle egne strategier. Dette skaber et læringsmiljø, hvor elever bliver aktive deltagere i egen læring, og hvor der er plads til flere løsninger og perspektiver. Murata et al. (2017) deler spørgsmål i tre typer; *processpørgsmål*, *løsningsspørgsmål* og *stillende spørgsmål*, og det viser, at processpørgsmål fremmer elevernes tænkning og ejerskab over løsningen, mens lukkede løsningsspørgsmål begrænser diskussionen og strategivalget.

I krydsfeltet mellem forældres beliefs om interaktion og anbefalingerne om at styrke elevernes tænkning og refleksion gennem spørgsmål i undervisningen ser jeg en tydelig sammenhæng. Forældre, der har et mindset baseret på indsats, udviser typisk en mestringsorienteret adfærd og giver procesorienteret respons, hvilket understøtter anbefalingen om at stille processpørgsmål, og derved også udviklingen af elevernes egne strategier og refleksion over arbejdsmetoder. Når forældre stiller processpørgsmål, støtter de deres børn i at eksperimentere og reflektere over valgte metoder, hvilket vil bidrage til yderligere refleksion. Omvendt vil forældre, med et mindset baseret på evne, typisk udvise præstationsorienteret adfærd og fokusere på personorienteret respons. I disse tilfælde vil forældre typisk stille løsningsspørgsmål, hvilket kan begrænse barnets udvikling af regnestrategier og føre til, at barnet holder fast i én metode uden at forstå baggrunden eller reflektere over alternative løsninger. Dette fremmer ikke en udvikling af hverken strategier eller egen refleksion.

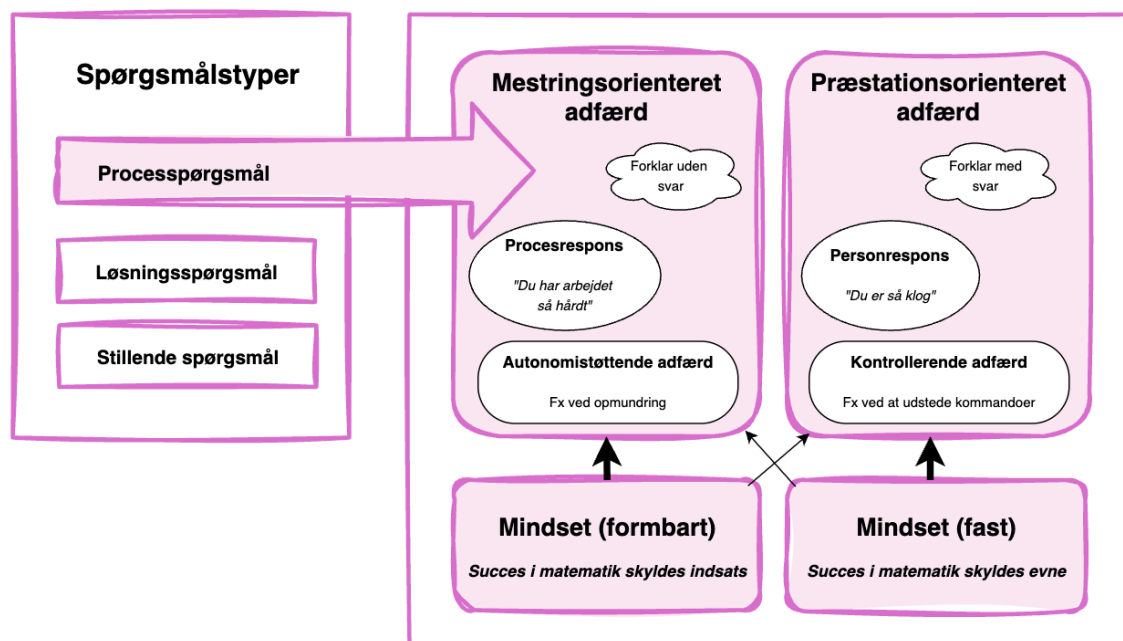
Hvis der lægges større fokus på processpørgsmål fra forældres side, kunne man forestille sig, at det ville have flere positive effekt på børns læring og motivation samt udvikling af strategier.

Processpørgsmål opfordrer til, at børn reflekterer, forklarer og undersøger deres tankegang og metoder, og der er dermed ikke fokus på at give et korrekt svar. At stille processpørgsmål åbner også for, at der er flere måder at komme frem til resultatet på, hvilket jeg vurderer også vil åbne for forældrenes beliefs om metoder og have betydning for forældres blik for at der er flere måder at komme frem til et resultat på. Et øget fokus på løsningsspørgsmål og præstationsorienteret adfærd vil derimod indebære, at der lægges større vægt på resultater, hvilket hæmmer nysgerrighed og lysten til at eksperimentere og prøve sig frem. Vægten på hvilke spørgsmålstyper, der anvendes, vurderer jeg således har stor betydning for, hvilken adfærd der bidrages til. Denne kobling mellem forældres beliefs om interaktion og anbefalingen i forbindelse med regnestrategier om at stille spørgsmål, har jeg skitseret i et begrebskort (figur 24).



Figur 24: Begrebskort over nedslag 1

Ved at fokusere på processpørgsmål og elevens egen refleksion understøttes den samme mestringsorienterede tilgang, som forskningen anbefaler i forældre-barn interaktion. Dette synes, jeg ligeledes kan illustreres ved en mere simpel model over interaktion og spørgsmål, og hvordan spørgsmålstyper kan bidrage positivt i interaktionen, se figur 25. Det er med udgangspunkt i figur 10, som blev præsenteret i afsnit 5.4.3 og med tilføjelsen af spørgsmål.



Figur 25: Model der forbinder interaktion, mindset og spørgsmålstyper

7.4 Andet analytiske nedslag: Formelle og uformelle aktiviteter

Det andet nedslag jeg har valgt, er *formelle og uformelle aktiviteter*, som er et af forældrenes beliefs under *beliefs om matematik som disciplin*. På trods af muligheder for mange relevante nedslag er det at pladsmæssige årsager kun muligt at inddrage én og valget er faldet på *virkelighedsnære problemstillinger*. Dette krydsfelt er illustreret i figur 26.

		Sociomatematiske normer														
		Institutionalisering				Devolution				Aktion		Formulering og validering				
		Lærerviden	EksPLICIT instruktion	Værdsæt elevens bidrag	Repræsentationer	Virkelighedsnære problemstillinger	Stille spørgsmål	Tænketid	Aktivere forhåndsviden	Udvikle egne strategier	Bred vifte af strategier	Dele		Diskutere og sammenligne strategier	Forklare andres ræsonnementer	Bruge fejl konstruktivt
Beskrive med egne ord	Lytte til andres forklaringer															
Matematik som disciplin	Math value															
	Formelle og uformelle aktiviteter															

Figur 26: Uddrag af matrix til analyse med udgangspunkt i formelle og uformelle aktiviteter

7.4.1 Kobling mellem formelle og uformelle aktiviteter og virkelighedsnære problemstillinger

Inden for matematikundervisning sonderer både forskningslitteraturen og forældre mellem to grundlæggende former for matematik; skolematematik og hverdagsmatematik (jf. afsnit 5.6.3). Generelt peger litteraturen på at forældre opfatter matematik som et skolefag adskilt fra de matematiske aktiviteter der finder sted i hverdagen og at forståelse i matematik sidestilles med skolematematik. Denne adskillelse afspejler at forældre ikke er bevidste om hvordan uformelle aktiviteter kan støtte børn i deres matematiske udvikling.

Vasilyeva et al. (2018) undersøger proximale og distale faktorer der er forbundet med matematiklæring og kobler disse faktorer på forældres beliefs og deres involvering af deres børn i formelle og uformelle aktiviteter. De distale faktorer repræsenterer forældres overordnede beliefs om matematik og har en indirekte effekt på børns læring uden at involvere dem direkte. De proximale faktorer derimod handler om forældres engagement i uformelle aktiviteter og involverer således barnet direkte. Muenks et al. (2015) påpeger en sammenhæng mellem forældres mindset om evner og indsats og deres engagement med børnene i dagligdagsaktiviteter.

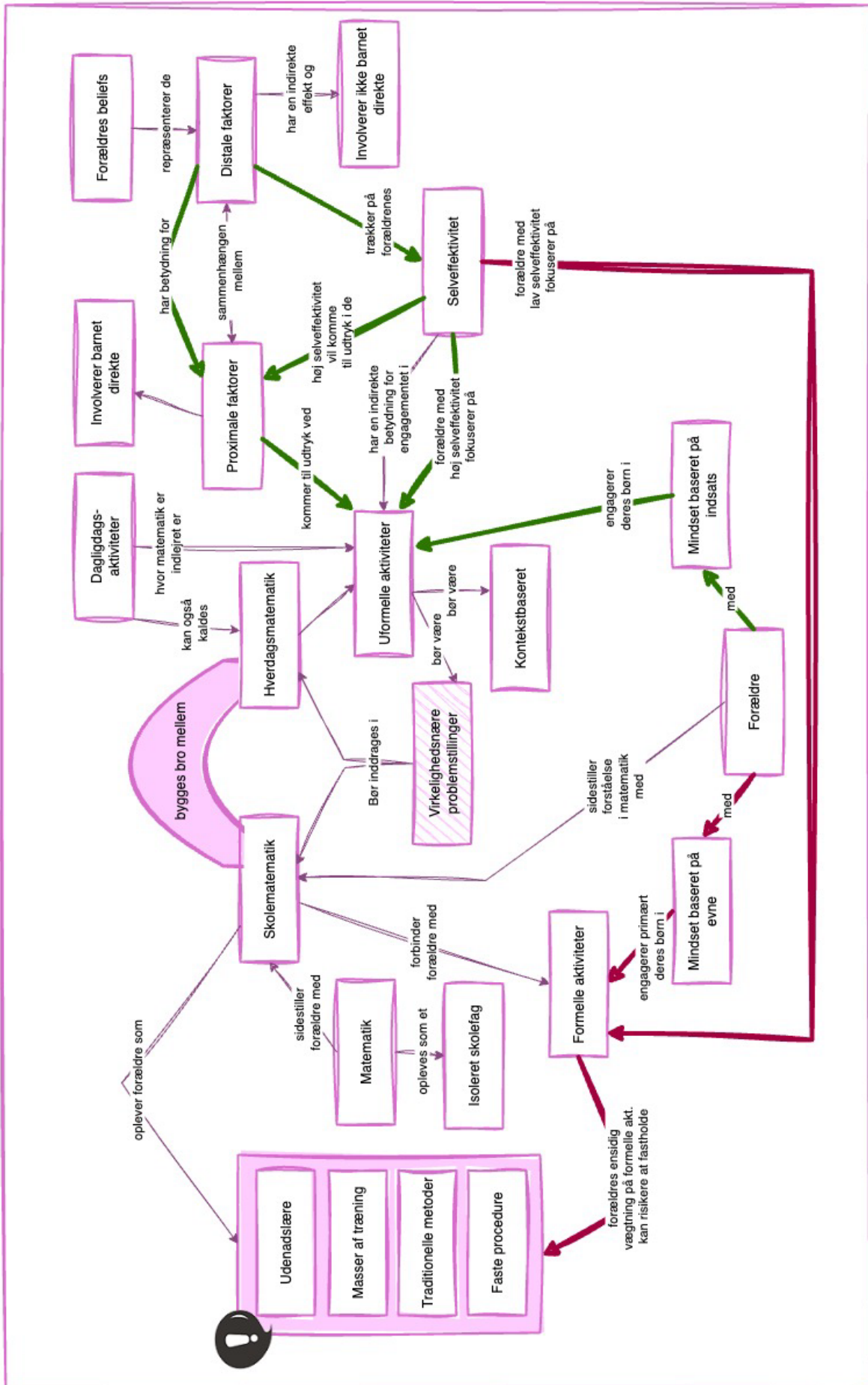
Der tegner sig nu et billede af, at forældres vurdering af egen matematisk selveffektivitet og de værdier som de tillægger matematik, er afgørende for hvordan og hvornår de inddrager børnene i såvel formelle som uformelle aktiviteter.

Jf. afsnit 6.5.2 beskriver Verschaffel et al. (2006) en tydelig kontrast mellem børns matematiske præstationer i skolen og deres viden og færdigheder i praktiske sammenhænge uden for skolen, hvor han giver eksempler på elever, der arbejder med standardalgoritmer i skolen, men løser lignende problemer ved hjælp af forskellige selvopfundne beregningsstrategier uden for skolen. Det illustrer ikke blot begrænsningen ved en ensidig brug af algoritmer og derved manglende forståelse, men understreger også nødvendigheden af at bygge bro mellem skolematematik og hverdagsmatematik. Samlet set peger dette på en diskrepans mellem elevers præstationer i skolen og udenfor skolen, hvor de i højere grad benytter fleksible metoder og viser større forståelse når matematikken er knyttet til virkelige situationer.

Hvis man forestiller sig en styrket sammenhæng mellem skolematematik og hverdagsmatematik og at forældrenes beliefs om matematik udvikles mod en større forståelse for samspelet mellem formelle og uformelle aktiviteter, vil de i højere grad kunne støtte deres børn i at se matematik som et relevant og værdifuldt redskab i hverdagen. Børnene vil få et tydeligere blik for brugen af matematik i dagligdagen og får derved flere erfaringer med matematik i forskellige hverdagssituationer. Det vil således skabe en større sammenhængskraft mellem det der foregår i skolen og hjemmets matematiske aktiviteter. Denne styrkede sammenhæng forestiller jeg vil have stor betydning for både de distale og proximale faktorer. Forældres beliefs og selveffektivitet, understøtter børnenes læring, hvis forældre formår at omsætte det til engagement i konkrete uformelle matematiske aktiviteter. Jeg forestiller mig således at en øget selveffektivitet blandt forældrene vil påvirke deres engagement i uformelle aktiviteter.

Derimod vil en vedvarende ensidig vægtning på formelle aktiviteter risikere at fastholde matematikken som et isoleret skolefag, og vil forstærke adskillelsen til hverdagsmatematik, på trods af et udbredt ønske fra forældrenes side om et mere kontekstnært og relevant matematikfag.

Jeg har lidt skarpt skitseret denne skærpelse af distale og proximale faktorer i et begrebskort, figur 27. De grønne pille illustrer hvordan forældre med høj selveffektivitet og et fokus på indsats i højere grad engagerer deres børn i uformelle aktiviteter og de røde pile illustrerer hvordan forældre med lav selveffektivitet og et fokus på evne primært engagerer deres børn i formelle aktiviteter og hvordan en ensidig vægtning på formelle aktiviteter kan fastholde forældrenes beliefs om skolematematik som traditionel undervisning.



Figur 27: Begrebskort over nedslag 2

7.5 Delkonklusion

Jeg har gennem en analyse hvor jeg med udgangspunkt min matrix (figur 22), sammenholder mine to hermeneutiske reviews, udvalgt enkelte nedslag og derigennem undersøgt *hvilke argumenter man kan fremføre i forhold til, om matematikrelaterede beliefs enten understøtter eller modarbejder de anbefalede tilgange til arbejdet med regnestrategier?*

Man kunne vælge alle mulige koblinger, som kunne være interessante at undersøge og matricen (figur 22) åbner op for mange relevante nedslag. Jeg valgte, qua min problemformulering at bruge skemaet med afsæt i forældres beliefs og med regnestrategier som indgang til at påvirke forældres tilgang til undervisningen. Jeg valgte to nedslag som jeg undersøgte nærmere og som jeg her i delkonklusionen vil samle op på.

Koblingen mellem *interaktion* og *stille spørgsmål* viste at et større fokus på processpørgsmål fra forældres side vil have flere positive effekter på børns udvikling af strategier. Processpørgsmål opfordrer til refleksion og et fokus på vejen til resultatet, hvorimod der med løsningspørgsmål lægges større vægt på resultatet. Hvis forældre i højere grad stiller processpørgsmål end løsningspørgsmål, vil det ligeledes åbne op for forskellige måder at komme frem til et resultat på og give forældre et tydeligt billede af forskellige metoder.

Koblingen mellem *uformelle og formelle aktiviteter* og *virkelighedsnære problemstillinger* viste at en styrket sammenhæng og tydelig bro mellem skolematematik og hverdagsmatematik har betydning for både distale og proximale faktorer. En skærpelse af forældres distale faktorer vil have betydning for proximale faktorer og derved også forældres engagement i uformelle aktiviteter.

8 Konklusion

Formålet med dette speciale var at undersøge følgende problemformulering:

*Hvilke typer af perspektiver findes der i den matematikdidaktiske forskningslitteratur på henholdsvis **forældres beliefs** og arbejdet med **regnestrategier**? Og i hvilken grad kan det argumenteres, at forældres matematikrelaterede beliefs enten **understøtter** eller **modarbejder** de tilgange til arbejdet med regnestrategier, som litteraturen anbefaler?*

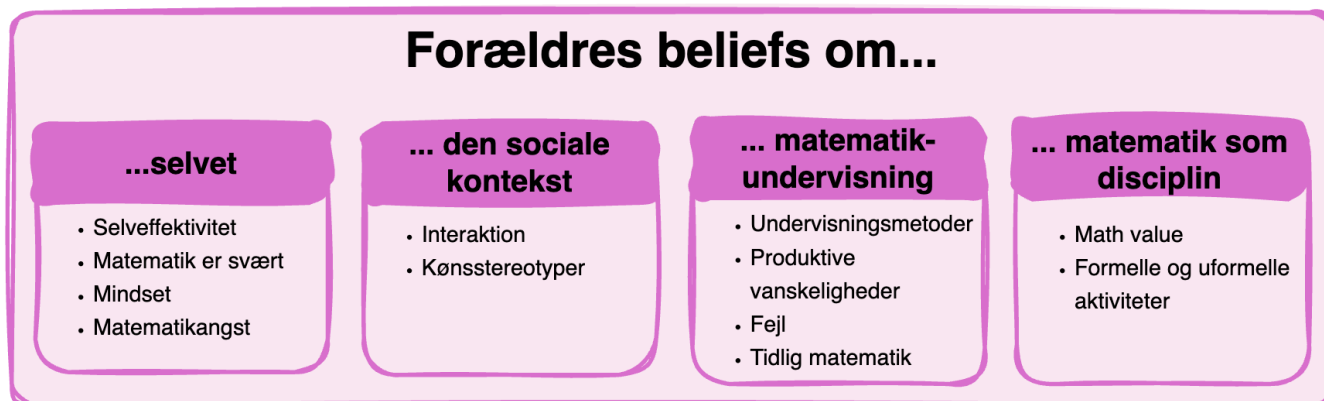
Undersøgelsen er udført ved to hermeneutiske litteraturreviews bestående af hver tre iterationer, som efterfølgende er koblet sammen i en fælles matrix. Specialet har naturligt været delt op i tre dele, som hver har været styret af et undersøgelsesspørgsmål.

Første delspørgsmål var, *hvilke matematikrelaterede beliefs har forældre ifølge den matematikdidaktiske forskning?*

Som svar på første spørgsmål har jeg identificeret følgende fire overordnede kategorier der indrammer forældres matematikrelaterede beliefs; *selvet, den sociale kontekst, matematikundervisning og matematik som disciplin*.

Inden for hver af de fire kategorier er en række underkategorier som definerer de konkrete beliefs blandt forældre. De opstillede beliefs har en tydelig påvirkning af hinanden og særligt beliefs om køn og mindset viser sig i at have betydning for de øvrige beliefs.

De endelige beliefs inden for de fire områder kommer til udtryk via følgende model:

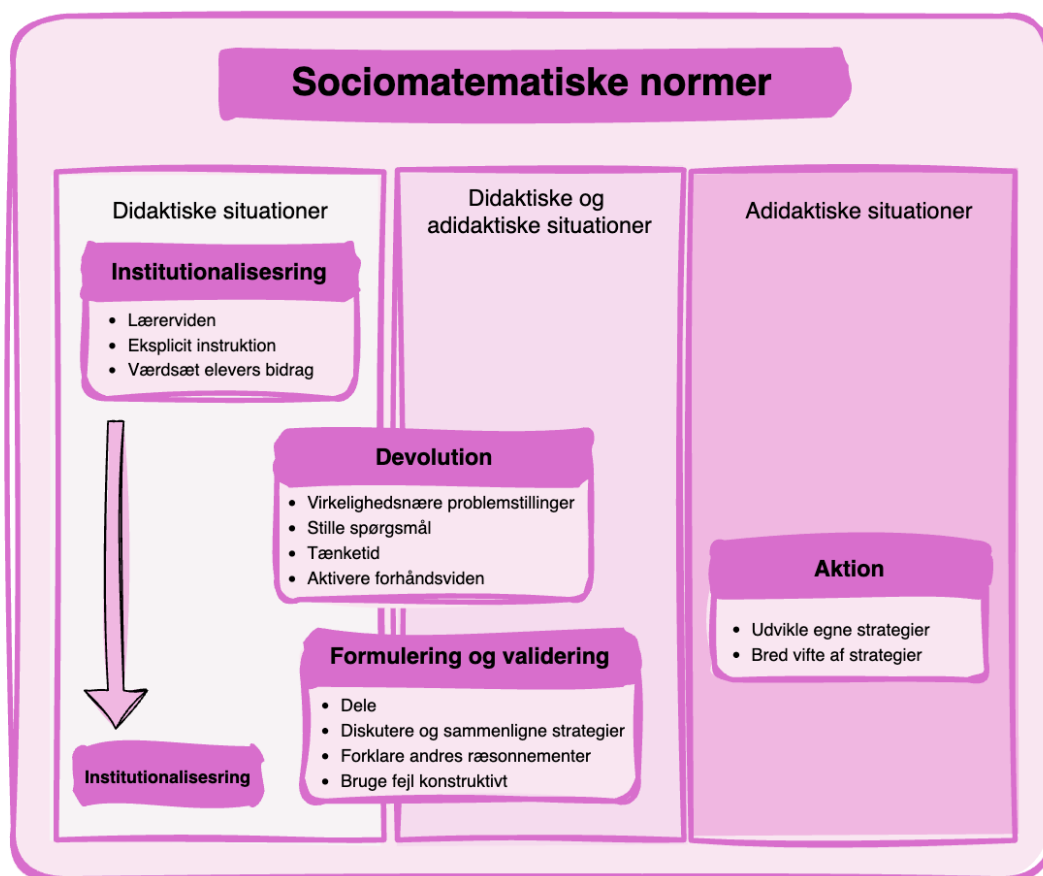


Anden delspørgsmål var, *hvordan ser den matematikdidaktiske forskning om regnestrategier ud set i lyset af hovedkategorierne inden for teorien om didaktiske situationer?*

Som svar på andet delspørgsmål har jeg identificeret følgende fem overordnede kategorier, der tilsammen danner rammen for anbefalinger for undervisning i regnestrategier set i lyset af TDS; *Sociomatematiske normer, institutionalisering, devolution, aktion og formulering og validering*. SM viste sig at have stor betydning for de øvrige kategorier og er således både en kategori for sig selv, men også en overordnet kategori der påvirker og har betydning for de øvrige kategorier.

Inden for hver af de fem overordnede kategorier er helt konkrete anbefalinger til en undervisning som rummer både didaktiske og adidaktiske situationer, hvor læreren har en central rolle i at facilitere en undervisning og et trykt klassemiljø, hvor der er plads til at prøve sig frem, fejle, ræsonnere, begrunde og diskutere løsningsstrategier for, at eleverne udvikler adaptiv ekspertise og hvor de kan tænke fleksibelt og problemløsende.

De endelige anbefalinger til undervisning i regnestrategier set i lyset af hovedkategorierne inden for TDS, kommer til udtryk via følgende model:



Tredje delspørgsmål var, *hvilke argumenter kan man fremføre i forhold til om forældres matematikrelaterede beliefs enten understøtter eller modarbejder de anbefalede tilgange til arbejdet med regnestrategier?*

Som svar på det tredje delspørgsmål har jeg på baggrund af mine fund i del A og B opstillet en matrix der illustrerer de mulige koblinger, der er mellem forældres matematikrelaterede beliefs og arbejdet med regnestrategier. Helt konkret blev mine fund fra de to reviews sat over for hinanden. Som det fremgår af matricen, er der betydelig flere koblinger end jeg har haft mulighed for at undersøge i denne opgave. Jeg valgte derfor enkelte nedslag og kan ud fra disse nedslag konkludere at jeg har fundet argumenter der både understøtter og modarbejder samspillet mellem mine to hovedområder. Jeg valgte at tage udgangspunkt i et af forældrenes matematikrelaterede beliefs; *interaktion* og fandt i anbefalingerne for undervisning med regnestrategier tydelige sammenhænge med *at stille spørgsmål*. Et større fokus på processpørgsmål vil have positiv effekt på børns læring og motivation og vil åbne op for forældres beliefs om mere fleksible undervisningsmetoder i matematikundervisningen idet processpørgsmål åbner op for at der er flere måder at komme til samme resultat på.

Et andet nedslag jeg valgte, var forældres beliefs om *formelle og uformelle aktiviteter* koblet til en undervisning med fokus på *virkelighedsnære problemstillinger*. Her fandt jeg en tydelig diskrepans indenfor forældres holdning til faget. På den ene side modarbejder forældres beliefs ved at de holder fast i egne erfaringer med matematik med bl.a. faste procedurer og udenadslære, og på den anden side understøtter forældre arbejdet med regnestrategier ved at efterlyse mere kontekstnær undervisning, hvor matematikken gøres meningsfuld. Forældrene ser ikke sammenhængen mellem skolematematik og den matematik der bruges i hverdagen, hvilket udtrykker en diskrepans på flere niveauer. Distale og proximale faktorer har stor betydning for forældres engagement i uformelle aktiviteter og en skærpelse på særligt de distale faktorer, og derved også forældres selveffektivitet vil understøtte børns læring i form af engagement i uformelle aktiviteter.

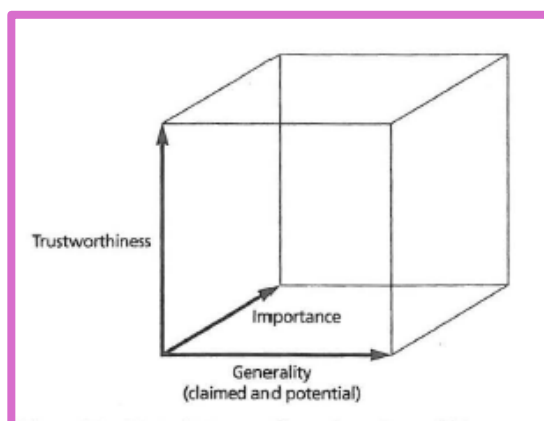
Jeg kan på baggrund af grundig litteraturbaseret teoretisk analyse af de to hovedområder og en efterfølgende sammenkobling af resultaterne, konkludere at der i min samlet undersøgelse kan findes argumenter i forhold til forældres matematikrelaterede beliefs, der både understøtter og modarbejder de anbefalede tilgange til arbejdet med regnestrategier. Flere end hvad jeg har mulighed for at undersøge. Min matrix lægger op til yderligere undersøgelse og der er derved mange muligheder for selv at dykke ned i matricen for yderligere argumenter.

9 Perspektivering

Jeg vil i dette afsluttende kapitel vurdere specialets kvalitet ud fra de valg jeg har truffet undervejs, og afslutningsvis komme med perspektiver på hvordan en udvidelse af mit projekt evt. kan se ud.

9.1 Specialets kvalitet

I afsnit 2.2.1 argumenterede jeg for tre dimensioner, der ifølge Schoenfeld (2007) er fundamentale i forskningsstudier; *Troværdighed*, *generaliserbarhed* og *vigtighed*. Disse tre dimensioner skitserer Schoenfeld (2007) i den tredimensionelle model (figur 28), som er den jeg vil tage udgangspunkt i og vil vurdere specialets kvalitet ud fra.



Figur 28: Schoenfeld (2007) tre dimensioner

Undersøgelsens troværdighed handler om i hvor høj grad undersøgelsen fremstår pålidelig (Schoenfeld, 2007). Troværdigheden øges gennem en nøje beskrevet og gennearbejdet undersøgelse. Mit valg af hermeneutisk review, hvor min forståelse har haft betydning for mine fund, sikrer både en høj troværdighed og generaliserbarhed. Netop *generaliserbarhed* handler om for hvem og i hvilke situationer undersøgelsen har relevans. Specialet er i sin helhed særligt relevant for undervisere, da det kan bidrage til generel opmærksomhed om forældres matematikrelaterede beliefs. Denne opmærksomhed kan have betydning for arbejdet med regnestrategier og hvordan forældres beliefs enten understøtter eller modarbejder de anbefalede tilgange. *Undersøgelsens relevans* handler om i hvor høj grad undersøgelsen er relevant (Schoenfeld, 2007). Jeg har i min undersøgelse belyst forældres matematikrelaterede beliefs, samt regnestrategier, og efterfølgende koblet de to analyser sammen for at finde argumenter for eventuelle sammenfald eller modstrid. Det er to små forskningsområder, men som har stor

betydning for undervisningen, hvilket gør det relevant at belyse. Jeg har belyst hvilke mulige krydsfelter der kan laves, hvilket illustrerer hvor der kan åbnes op for yderligere undersøgelse.

9.2 Perspektiver på evt. udvidelse af projektet

Der er mange muligheder for at åbne undersøgelsen yderligere op. I forhold til Schoenfeld (2007) tre dimensioner kunne en yderligere troværdighed havde været opnået ved at udvide det hermeneutiske review og inddrage flere iterationer. Undersøgelsen kunne også udvides ved at inddrage empirisk materiale. Her kunne fx interview af forældre give nye eller bekræfte allerede fundne perspektiver på forældrenes beliefs. Jeg har selv undervejs i arbejdet med projektet, interviewet tre forældre, men har dog af pladsmæssige årsager valgt ikke at inddrage det i analysen. Min oplevelse af disse interviews er at forældrene er nysgerrige på matematikfaget og at de lægger stor vægt på anvendelsen af matematiske færdigheder i hverdagssammenhænge samt vigtigheden af matematikfaget. Det kunne i den forbindelse være interessant at udvide undersøgelsen med forældrenes blik på bl.a. diskrepansen mellem skolematematik og hverdagsmatematik og hvordan mine fund af forældre beliefs kommer til udtryk via interviews.

9.3 Afsluttende refleksioner over processen og projektet

Til slut vil jeg afrunde med nogle overvejelser om den proces jeg har været igennem i arbejdet med projektet. Jeg er undervejs i arbejdet blevet opmærksom på hvor omfattende et projekt delt i tre dele kan være. De første måneder fra fokus på at udarbejde mine to reviews, samt at opstille henholdsvis forældres beliefs og anbefalinger for undervisning med regnestrategier. Jeg fokuserede udelukkende på hvad litteraturen bød ind med, hvilket min sammenkobling også tog udgangspunkt i. På trods at det er to mindre forskningsområder har der været en stor mængde litteratur at forholde sig til og behandle. Det havde været hensigtsmæssigt at foretage yderligere iterationer i det hermeneutiske review, dog har tidsrammen gjort at det ikke har været muligt.

Det havde ligeledes været interessant at lave flere nedslag ud fra min matrix for at illustrere yderligere sammenfald eller modstrid, men denne del har været begrænset af både tid og plads i opgaven. Jeg har derfor på bedst mulig måde forsøgt at skitserer de mange muligheder som min matrix lægger op til.

10 Litteraturliste

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Barger, M. M., Wu, J., Xiong, Y., Oh, D. D., Cimpian, A., & Pomerantz, E. M. (2022). Parents' Responses to Children's Math Performance in Early Elementary School: Links with Parents' Math Beliefs and Children's Math Adjustment. *Child development*, 93(6).
- Berman, T., & Hord, C. (2024). Visualizing Math: How Number Lines Can Empower Problem-Solving. *Insights into Learning Disabilities*, 21(1), 1-11.
- Boell, S. K., & Cecez-Kecmanovic, D. (2010). Literature Reviews and the Hermeneutic Circle. *Australian academic and research libraries*, 41(2), 129-144.
- Boell, S. K., & Cecez-Kecmanovic, D. (2014). A Hermeneutic Approach for Conducting Literature Reviews and Literature Searches. *Communications of the Association for Information Systems*, 34, 12.
- Bray, W. S. (2011). A Collective Case Study of the Influence of Teachers' Beliefs and Knowledge on Error-Handling Practices During Class Discussion of Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(1), 2-38.
- Brez, C. C., & Allen, J. J. (2016). Adults' Views on Mathematics Education: A Midwest Sample. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 4(2), 155-160.
- Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2022). Kvalitative metoder, tilgange og perspektiver: en introduktion. I S. Brinkmann & L. Tanggaard (red.), *Kvalitative Metoder. En Grundbog* (årg. 3. udgave, s. 15-29). Hans Reitzels Forlag.
- Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. I N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield (red.), *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. (s. 246-270). Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2006). *Theory of Didactical Situations in Mathematics* (årg. 19). Kluwer Academic Publishers.
- Buchholz, L. M. (2016). A License to Think on the Road to Fact Fluency. *Teaching Children Mathematics*, 22(9), 556-562.
- Cannon, J., & Ginsburg, H. P. (2008). "Doing the Math": Maternal Beliefs About Early Mathematics Versus Language Learning. *Early Education and Development*, 19(2), 238-260.
- Christensen, M. G. (2018). Fokus på regnestrategi i indskolingen. *Matematik*.

- Clarke, D. M. (2004). Issues in the Teaching of Algorithms in the Primary Years. I B. Clarke (red.), *International perspectives on learning and teaching mathematics*. Göteborg University, National Center for Mathematics Education.
- Clements, D., & Sarama, J. (2018). Myths of Early Math. *Education sciences*, 8(2), 71.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (2nd udg.). Information Age Pub.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2021a). Arithmetic - Composition of Number, Place Value, Multidigit Addition and Subtraction, Multiplication and Division, and Fractions. I D. H. Clements & J. Sarama (red.), *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach* (Third edition. udg.). Routledge.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2021b). Arithmetic - Early Addition and Subtraction and Counting Strategies. I D. H. Clements & J. Sarama (red.), *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach* (Third edition. udg.). Routledge.
- Dahler-Larsen, P. (2010 [2002]). *At fremstille kvalitative data*. Odense Universitetsforlag.
- Fiskerstrand, A. (2022). Literature review – Parent involvement and mathematic outcome.
- Fitzsimons, G. E., Jungwirth, H., Maass, J., & Schloeglmann, W. (1996). Adults and mathematics (adult numeracy). I A. J. Bishop (red.), *International handbook of mathematics education* (s. 755-784).
- Forgasz, H. J., & Leder, G. C. (2008). Beliefs about mathematics and mathematics teaching. I T. L. Wood & P. Sullivan (red.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education ; 1 Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development*. Sense Publishers.
- Fraivillig, J. (2001). Strategies for advancing children's mathematical thinking. *Teaching Children Mathematics*, 7(8), 455.
- Fuson, K. (2009). Research on whole number addition and subtraction. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning : a project of the National Council of Teachers of Mathematics* ([Repr.]. udg., s. 243-275). National Council of Teachers of Mathematics.
- Gladstone, J. R., Häfner, I., Turci, L., Kneißler, H., & Muenks, K. (2018). Associations between parents and students' motivational beliefs in mathematics and mathematical performance: The role of gender. *Contemporary Educational Psychology*, 54, 221-234.

- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2012). The Role of Parents and Teachers in the Development of Gender-Related Math Attitudes. *Sex roles*, 66(3-4), 153-166.
- Gurl, T. J., Fox, R., Dabovic, N., & Leavitt, A. E. (2016). Planning Questions and Persevering in the Practices. *Mathematics Teacher*, 110(1), 33-39.
- Gün, Ö. (2018). The Roles of Teacher and Parent Attitudes and Some Student Characteristics on Confidence in Learning Mathematics. I B. Rott (red.), *Views and Beliefs in Mathematics Education : The Role of Beliefs in the Classroom* (1st 2018. udg., s. 33-42). Springer International Publishing.
- Hansen, R., & Højgaard, T. (2019). Didaktisk modellering som undersøgelseslogik. *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*.
- Hatano, G. (1988). Social and motivational bases for mathematical understanding. *New directions for child and adolescent development*, 1988(41), 55-70.
- Hedrén, R. (1999). The teaching of traditional standard algorithms for the four arithmetic operations versus the use of pupils' own methods. I I. Schwank (red.), *European research in mathematics education 1*. Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Hildebrand, L., Posid, T., Moss-Racusin, C. A., Hymes, L., & Cordes, S. (2023). Does My Daughter Like Math? Relations between Parent and Child Math Attitudes and Beliefs. *Developmental Science*, 26(1).
- Jankvist, U. T. (2015). Changing students' images of "mathematics as a discipline". *The Journal of Mathematical Behavior*, 38, 41-56.
- Jóelsdóttir, L. B., & Sunde, P. B. (2024a). Adaptivitet og fleksibilitet - addition og subtraktion med flercifrede tal. *MONA*.
- Jóelsdóttir, L. B., & Sunde, P. B. (2024b). Subtraktion som indirekte addition : en mulig succes for de udfordrede elever. *Matematik*. (Matematikvanskeligheder)
- Kadlec, A., & Friedman, W. (2007). *Important, but Not for Me: Parents and Students in Kansas and Missouri Talk about Math, Science and Technology Education*.
- Keating, M., Harmon, T., & Arnold, D. H. (2022). Relations between Parental Math Beliefs and Emergent Math Skills among Preschoolers from Low-Income Households. *Early Child Development and Care*, 192(9), 1359-1367.
- Kikas, E., & Mägi, K. (2015). Transactional Development of Parental Beliefs and Academic Skills in Primary School. *Early Child Development and Care*, 185(7), 1148-1165.

- Larsen, O. S. (2023). *Håndbog til dansk : litteratur, sprog, medier* (5. udgave. udg.). Systime.
- Leder, G. C., & Forgasz, H. J. (2010). Single-sex classes in coeducational high school: highlighting parents' perspectives. I A. J. Bishop (red.), *Mathematics education* (årg. 3, s. 129-147). Routledge.
- Lee, H. J., & Kim, J. (2016). A Structural Analysis on Korean Young Children's Mathematical Ability and Its Related Children's and Mothers' Variables. *Early Child Development and Care, 186*(10), 1675-1692.
- Lucas, D. M., & Fugitt, J. (2018). The Perceptions of Math and Math Education in Midville, Illinois. *The Rural educator (Fort Collins, Colo.), 31*(1), 38.
- Machi, L. A., & McEvoy, B. T. (2022). *The Literature Review: Six Steps to Success* (Fourth edition udg.). Corwin Press.
- May, P. L. (2020). Number Talks Benefit Fifth Graders' Numeracy. *International Journal of Instruction, 13*(4), 361-374.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 575-596). Macmillan.
- McNabb, B. (2021). A Fixed Mindset in Mathematics. *BU Journal of Graduate Studies in Education, 13*(2), 28.
- Morano, S., Randolph, K., Markelz, A. M., & Church, N. (2020). Combining Explicit Strategy Instruction and Mastery Practice to Build Arithmetic Fact Fluency. *TEACHING Exceptional Children, 53*(1), 60-69.
- Muenks, K., Miele, D. B., Ramani, G. B., Stapleton, L. M., & Rowe, M. L. (2015). Parental beliefs about the fixedness of ability. *Journal of Applied Developmental Psychology, 41*, 78-89.
- Mulligan, J. T., Verschaffel, L., Baccaglioni-Frank, A., Coles, A., Gould, P., He, S., Ma, Y., Milinkovic, J., Obersteiner, A., Roberts, N., Sinclair, N., Wang, Y., Xie, S., & Yang, D.-C. (2018). Whole Number Thinking, Learning and Development: Neuro-cognitive, Cognitive and Developmental Approaches. I M. G. Bartolini Bussi & X. H. Sun (red.), *Building the Foundation: The 23rd ICMI Study* (1 udg.). Springer.
- Murata, A., Siker, J., Kang, B., Baldinger, E. M., Kim, H.-J., Scott, M., & Lanouette, K. (2017). Math Talk and Student Strategy Trajectories: The Case of Two First Grade Classrooms. *Cognition and Instruction, 35*(4), 290-316.

- Natale, K., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2009). Children's school performance and their parents' causal attributions to ability and effort: A longitudinal study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 30(1), 14-22.
- Novotná, J., Kaur, B., Gervasoni, A., Askew, M., Veldhuis, M., Pearn, C., & Sun, X. H. (2018). How to Teach and Assess Whole Number Arithmetic: Some International Perspectives. I M. G. Bartolini Bussi & X. H. Sun (red.), *Building the Foundation: The 23rd ICMI Study* (1 udg.). Springer.
- Op't Eynde, P., Corte, E. D., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs. I G. C. Leder, E. Pehkonen, G. Törner, G. Törner, E. Pehkonen & G. C. Leder (red.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (årg. 31, s. 13-37). Kluwer.
- Ostad, S. A. (2013). Strategier, strategiudvikling og strategiundervisning med fokus på den basale matematiklæring. I M. Wahl Andersen & P. Weng (red.), *Håndbog om matematik i grundskolen : læring, undervisning og vejledning* (1. udgave. udg., s. 103-113). Dansk Psykologisk Forlag.
- Pace, M. H., & Ortiz, E. (2016). Get the Goof! *Teaching Children Mathematics*, 23(3), 138-144.
- Pahuus, M. (2015). Hermeneutik. I F. Collin & S. Køppe (red.), *Humanistisk Videnskabsteori* (s. 223-264). Lindhardt & Ringhof.
- Peixoto, F., Mata, L., Campos, M., Caetano, T., Radišić, J., & Niemivirta, M. (2024). 'Am I to Blame Because My Child is Not Motivated to Do Math?': Relationships between Parents' Attitudes, Beliefs and Practices towards Mathematics and Students' Mathematics Motivation and Achievement. *European Journal of Psychology of Education*, 39(2), 1561-1586.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. I F. K. Lester (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (1 udg., s. 257-315). Emerald Publishing.
- Pind, P. (2015). *Danmarks Matematikvejleder Netværk - Webinar #5 - Pernille Pind*. Professionshøjskolen Absalon. Hentet 5. maj fra <https://tv.pha.dk/video/11539774/danmarks-matematikvejleder-netvaerk-33>
- Rawding, M. R., & Wills, T. (2012). Discourse: Simple Moves That Work. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 18(1), 46-51.
- Rieper, O. (2013). Hvad er et systematisk review, og hvilke formål tjener det? I P. Niels Ole & J. Carl Gustav (red.), *Evidens og systematiske review: En introduktion*. Samfundslitteratur.

- Río, M. F. d., Strasser, K., Cvencek, D., Susperreguy, M. I., & Meltzoff, A. N. (2019). Chilean Kindergarten Children's Beliefs about Mathematics: Family Matters. *Developmental Psychology, 55*(4), 687-702.
- Río, M. F. d., Susperreguy, M. I., Strasser, K., Cvencek, D., Iturra, C., Gallardo, I., & Meltzoff, A. N. (2021). Early Sources of Children's Math Achievement in Chile: The Role of Parental Beliefs and Feelings about Math. *Early Education and Development, 32*(5), 637-652.
- Sagkal, A. S., & Sönmez, M. T. (2022). The Effects of Perceived Parental Math Support on Middle School Students' Math Engagement: The Serial Multiple Mediation of Math Self-Efficacy and Math Enjoyment. *European Journal of Psychology of Education, 37*(2), 341-354.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Method. I J. Lester, F.K. (red.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 219-245). NCTM & Information Age Publishing.
- Shaw, S. T., Pogossian, A. A., & Ramirez, G. (2020). The Mathematical Flexibility of College Students: The Role of Cognitive and Affective Factors. *British Journal of Educational Psychology, 90*(4), 981-996.
- Soni, A., & Kumari, S. (2017). The Role of Parental Math Anxiety and Math Attitude in Their Children's Math Achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(2), 331-347.
- Swanson, H. L., Kong, J., Li, J.-T., & Petcu, S. D. (2022). The Relationship between Early Classroom Activities and English Language Learners' Later Math Problem-Solving Performance: An Exploratory Study. *Learning Disabilities Research & Practice, 37*(4), 242-261. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/ldrp.12280>
- Thomas, J., Gough, D., Oliver, S., & Thomas, J. (2017). *An introduction to systematic reviews* (2. udg.). SAGE Publications Ltd.
- Törner, G., Arzarello, F., Dreyfus, T., Gueudet, G., Hoyles, C., Krainer, K., Niss, M., Jarmila, N., Oikonen, J., Planas, N., Potari, D., Sossinsky, A., Sullivan, G., & Verschaffel, L. (2013). Solid Findings in Mathematics Education: Living with Beliefs and Orientations – Underestimated, Nevertheless Omnipresent, Factors for Mathematics Teaching and Learning. *European Mathematical Society Newsletter, 87*, 42-44.
- Undervisningsministeriet, B. o. (2019). *Læseplan Matematik*. Børne og Undervisningsministeriet.
- Vasilyeva, M., Laski, E., Veraksa, A., Weber, L., & Bukhalenkova, D. (2018). Distinct Pathways from Parental Beliefs and Practices to Children's Numeric Skills. *Journal of Cognition and Development, 19*(4), 345-366.

- Vazquez, S. R., Ermeling, B. A., & Ramirez, G. (2020). Parental Beliefs on the Efficacy of Productive Struggle and Their Relation to Homework-Helping Behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(2), 179-203.
- Venkat, H., & Mathews, C. D. (2024). Mental Mathematics Knowledge for Teaching of 'High Gain' Pre-Service Teachers. *South African Journal of Childhood Education*, 14(1).
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). Number and Arithmetic. I A. J. Bishop (red.), *International handbook of mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Verschaffel, L., Greer, B., & Torbeyns, J. (2006). Numerical thinking. I A. Gutiérrez & P. Boero (red.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education : past, present and future*. Sense Publishers.
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335-359.
- Warshauer, H. K. (2015). Strategies to Support Productive Struggle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 20(7), 390-393.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yackel, E., Rasmussen, C. L., & King, K. (2000). Social and sociomathematical norms in an advanced undergraduate mathematics course. *Journal of Mathematical Behaviour*, 19, 275-287.
- Østergaard, M. K. (2018). *Matematikangst : fordomme og køn* (1. udgave. 1. oplag. udg.). Frydenlund.

11 Bilagsoversigt

Bilag 1: Første iteration af mit hermeneutiske litteraturreview

Bilag 2: Anden iteration af mit hermeneutiske litteraturreview

Bilag 3: Tredje iteration af mit hermeneutiske litteraturreview

Bilag 1: Første iteration af mit hermeneutiske litteraturreview

I dette afsnit vil jeg introducere hensigten med første iteration. Her vil jeg gøre rede for min søgeproces og vil til slut opstille læsefokuserede spørgsmål som kan danne rammen om en kortlægning og klassificering af mine fund inden for henholdsvis forældres matematikrelaterede beliefs og regnestrategier.

Introduktion til første iteration

I den første iteration var hensigten at danne mig et overblik over den litteratur der findes om forældres matematikrelaterede beliefs og anbefalinger til en undervisning med regnestrategier. Hensigten har også været at identificere interessante nøglebegreber der er relevante i min senere søgning.

Manuel søgning

Når en litteratursøgning igangsættes anbefaler Boell og Cecez-Kecmanovic (2014) at man starter med at finde det forskningslitteratur der opsummerer og samler forskning inden for det valgte problemfelt. Dette er for at få et hurtigt overblik over litteraturen, som danner grundlag for den første iteration. Helt konkret valgte jeg i første iteration en manuel søgning hvor jeg gennemgik internationale og nordiske håndbøger, der indeholder den nyeste forskning inden for matematikdidaktik. Jeg gennemlæste indholdsfortegnelserne og screenede efter overskrifter og nøglebegreber. Jeg gennemgik derefter publikationernes abstracts til min endelige udvælgelse. Under min manuelle søgning stødte jeg på andre relevante bøger om mine to områder, her læste jeg også bøgernes indholdsfortegnelser og abstracts inden min udvælgelse. Jeg udvidede min søgning med at gennemse ICMI studies for relevante indlæg og til sidst gennemgik jeg litteraturen fra modulet på studiet.

Kortlægning og klassificering

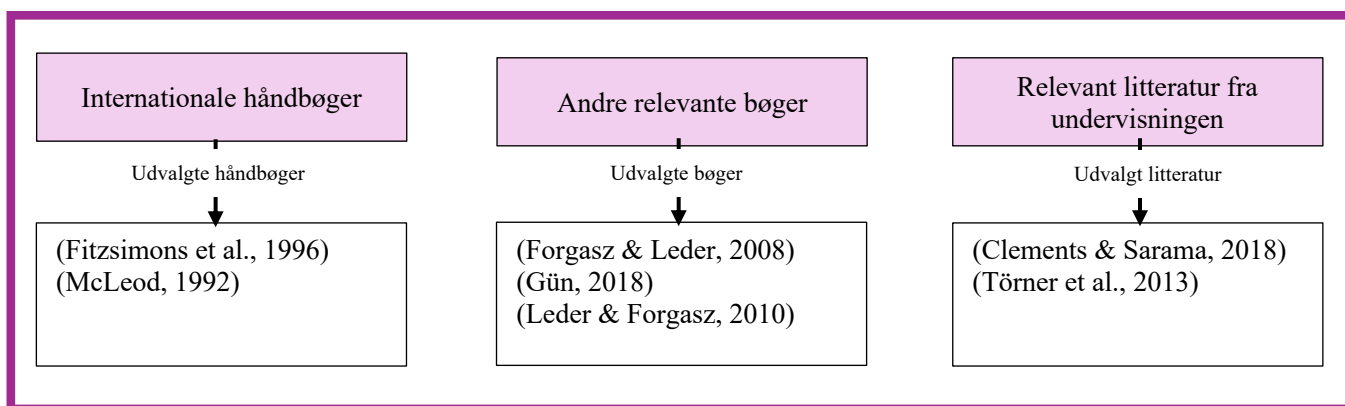
I min kortlægning og klassificering gennemgik jeg publikationerne og skrev noter til hver af dem. I gennemgangen ledte jeg efter relevante nøglebegreber som går igen i de forskellige publikationer. Fasen her hjalp med til at finde de søgeord som jeg skulle bruge i forbindelse med min anden iteration. Derudover kunne jeg også med udgangspunkt i læsningen opstille læsefokuserede spørgsmål som kunne hjælpe mig med at holde fokus og retning i iteration 2.

Første iteration bidrog således til et solidt grundlag, der hjalp mig til at præcisere min anden søgning. Første iteration gav mig et overblik over nogle overordnet aspekter og temaer, gode relevante nøglebegreber og klædte mig på og kvalificerede min videre søgeproces.

Forældres matematikrelaterede beliefs

I den manuelle søgning af forældres matematikrelaterede beliefs fandt jeg særligt litteratur i internationale håndbøger, andre relevante bøger, samt litteratur fra studiets moduler. Jeg fandt ingen relevante artikler i de nordiske håndbøger, eller i ICMI studies. I de internationale håndbøger fandt jeg 7 publikationer, efter gennemgang af abstracts sorterede jeg det ned til 2 publikationer. I andre relevante bøger fra biblioteket fandt jeg i alt 11 bøger der omhandlede beliefs og i disse 11 bøger fandt jeg 3 publikationer der havde relevans for mit problemfelt. Sidst men ikke mindst gennemgik jeg litteratur fra modulerne på studiet. I modulet *matematik i fagdidaktisk perspektiv II* har vi læst en artikel om beliefs, hvilket kunne bidrage med gode nøglebegreber som jeg kunne tage med videre. I modulet *matematikens didaktik* var også en interessant artikel som kortlægger de oftest mødte myter inden for tidlig matematik.

Første iteration endte derfor med i alt at bestå af 7 publikationer som fremgår af figur A.



Figur A: Oversigt over litteratur indenfor forældres matematikrelaterede beliefs i første iteration

Jeg gennemgik de 7 publikationer og identificerede relevante søgeord og begreber der er synonymt med beliefs begrebet, og som kunne bruges i den videre søgning. Jeg lagde mærke til at ud over begrebet beliefs blev begreberne *affect*, *attitudes* og *orientations* også brugt i forbindelse med forældres beliefs, ligeledes gør mindset, som relateres til forældres holdning til matematik. Jeg

lagde ligeledes mærke til i min gennemgang af litteraturen, at det kunne være en begrænsning kun at søge på forældre, og jeg derved skulle udvide til også at søge på *hjem*.

Undervejs i min læsning skrev jeg noter til publikationerne. I noterne fandt jeg nøgleord der tydeligt pegede på oplagte kategorier som kunne danne grundlag for en tidlig kategorisering. Under min gennemlæsning fremstod flere kategorier klart. En kategori omhandlende forældrenes opfattelser af matematikundervisningen, herunder undervisningsmetoder som udenadslære og traditionelle metoder. En anden kategori omhandlende forældrenes tro på egne evner samt hvorvidt de ser matematikfærdigheder som noget medfødt eller som en kompetence der kan udvikles, hvilket er opfattelser der primært relaterer sig til selvet. Derudover fremkom der også beliefs der omhandler hvordan forældres holdninger kommer til udtryk i samspillet med barnet, altså den sociale interaktion mellem barn og forældre. Endelig blev det også tydeligt at værdien og vigtigheden af matematik som fag og disciplin i samfundet, var et gennemgående tema, særligt i forhold til anvendelighed og at kunne begå sig i samfundet.

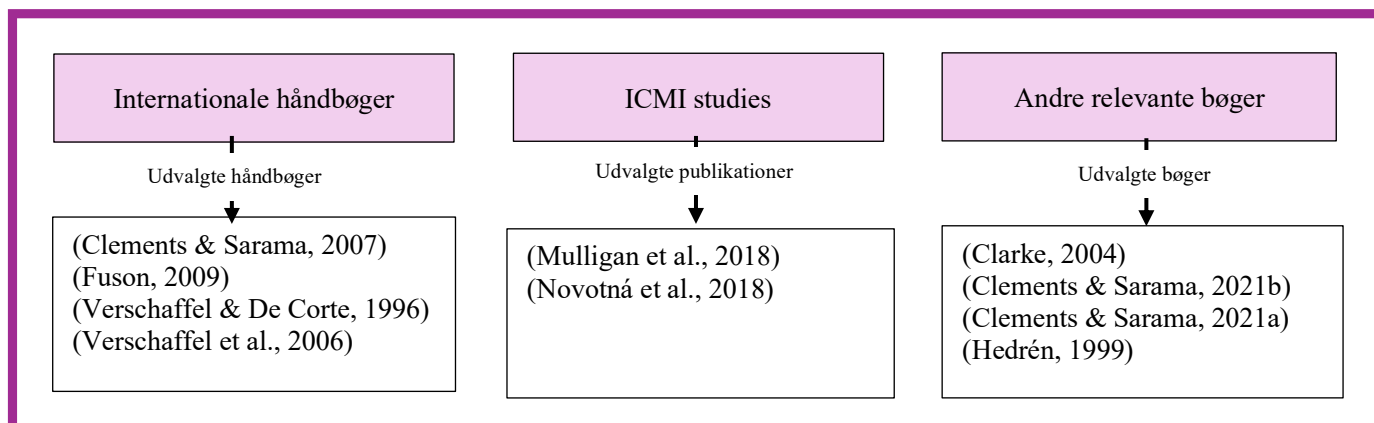
På baggrund af disse temaer opstillede jeg læsefokuserede spørgsmål, som kunne danne udgangspunkt for min læsning i iteration 2:

- *Hvilke forestillinger har forældre om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres?*
- *Hvilke opfattelser har forældre om egne evner og erfaringer med matematik?*
- *Hvordan kommer forældres egne overbevisninger om matematik til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring?*
- *Hvordan ser forældrene på matematik som et fag og en disciplin der er nødvendig i samfundet?*

Regnestrategier

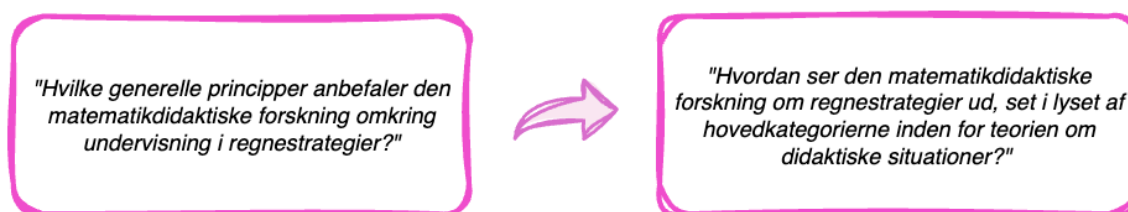
I min manuelle søgning om regnestrategier, fandt jeg i alt 21 publikationer. Jeg fandt 7 bøger i de internationale håndbøger, 1 publikation i en nordisk håndbog og 8 publikationer i andre relevante bøger fra biblioteket. ICMI studies 23 havde en interessant konference, med fokus på aritmetik, og her vurderede jeg at 5 publikationer var interessante. Jeg fandt ikke relevant litteratur fra modulerne. Jeg gennemgik de 21 publikationers abstract og vurderede at 4 internationale håndbøger og 4 andre relevante bøger, samt 2 publikationer fra ICMI havde interesse for mit problemfelt.

Første iteration ender derfor med i alt at bestå af 10 publikationer, som fremgår af figur B.



Figur B: Oversigt over litteratur inden for regnestrategier i første iteration

Jeg gennemgik de 10 publikationer, skrev noter og identificerede relevante søgeord og begreber som gik igen i publikationerne, og som jeg kan bruge som søgeord i min anden iteration. Min første tanke var at undersøge generelle anbefalinger for undervisning med regnestrategier, men i min nærlæsning af den indsamlede litteratur stødt jeg flere steder på anbefalinger om at gå til arbejdet med regnestrategier, på samme måde som i arbejdet med problemløsning (Clarke, 2004; Novotná et al., 2018; Swanson et al., 2022; Verschaffel et al., 2006). I nogle anbefalinger blev teorien om didaktiske situationer nævnt som mulig tilgang og jeg blev derfor nysgerrig på om mine fund indtil videre kunne kategoriseres under hovedkategorierne fra teorien om didaktiske situationer. Jeg gik tilbage i litteraturen fra første iteration, hvilket også illustreres ved den lille pil i figur 4. Dette for at undersøge hvorledes hovedkategorierne fra teorien om didaktiske situationer (TDS) kunne danne grundlag for min kategorisering, hvorefter jeg omformulerede mit andet delspørgsmål (figur C).



Figur C: Min ændring i spørgsmål i del B

Jeg ønsker således at bruge TDS som ramme for min kategorisering, hvilket jeg vil uddybe mine overvejelser omkring i kapitel 6.

Jeg fortsatte søgningen på litteratur om generelle perspektiver på undervisning med regnestrategier for at få så bredt et udvalg som muligt. Nogle viste sig at have et problemløsende fokus og andre beskæftigede sig med konkrete undervisningsideer. Publikationerne bidrog med perspektiver på generelle overvejelser i forhold til undervisning om regnestrategier, hvilket også kan ses i lyset af hovedkategorierne i TDS. Det gav mig gode og relevante søgeord til den videre proces.

Jeg lagde mærke til at begrebet regnestrategier primært omtales som *aritmetik (arithmetic)* og *regnefærdighed (numeracy)*. Ligeledes giver publikationerne mig andre gode begreber, det drejer sig bl.a. om *strategies*, *operations* og *principles*.

Jeg skrev noter under min læsning til publikationerne og fandt temaer der bl.a. matcher hovedkategorier og anbefalinger for TDS. Fx træder didaktiske og adidaktiske situationer tydeligt frem, ligesom jeg finder tegn på temaer der passer under de forskellige kategorier fra TDS.

Udvikling af individuelle strategier og *bredt udvalg af strategier* inden for elevernes arbejde, er adidaktiske situationer og kan placeres under *Aktion*. *Lærerviden*, *eksplicit instruktion*, *tænketid* handler om lærerens rolle i undervisningen. *At bruge fejl konstruktivt*, *at dele metoder* og *sammenligning af strategier* handler om hvordan der samles op i en eventuel klassesamtale. De er alle didaktiske situationer og kan placeres under henholdsvis *institutionalisering*, *devolution*, *formulering* og *validering*. *Sociomatematiske normer* har stor betydning for hele tilgangen til TDS og problemløsende arbejde. Det er ikke en kategori i TDS, men jeg vurderer at det er en kategori jeg er nødt til at tilføje da det ligger til grund for hele arbejdet med TDS, og også er afgørende i arbejdet med regnestrategier. Ud af ovenstående fremkommer der tre overordnede temaer, som er relevante for kategoriseringen. De tre temaer, som jeg vil tage udgangspunkt i er; *lærerens rolle*, *elevernes selvstændige arbejde* og *fælles opsamling*.

På baggrund af dette opstillede jeg også her læsefokuserede spørgsmål. Disse vil danne udgangspunkt for min læsning i iteration 2 og er følgende:

- *Hvordan kan læreren støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i de didaktiske situationer?*
- *Hvordan udvikler og afprøver eleverne egne regnestrategier når de arbejder selvstændigt i adidaktiske situationer?*
- *Hvordan kan fælles opsamling bruges til at udvikle elevernes strategiforståelse?*

På baggrund af de tre temaer og TDS som inspiration til overordnet ramme, kunne jeg starte på en kortlægning over udvalgte publikationer. Det endelige overblik præsenterer jeg i kapitel 6, hvor jeg vil rammesætte min analyse med udgangspunkt i skemaet.

Bilag 2: Anden iteration af mit hermeneutiske litteraturreview

I dette afsnit vil jeg introducere hensigten med anden iteration og gøre rede for min søgeproces. Anden iteration var det en systematisk databasesøgning med udgangspunkt i nøglebegreber og læsefokuserede spørgsmål som jeg fandt i min første iteration.

Introduktion til anden iteration

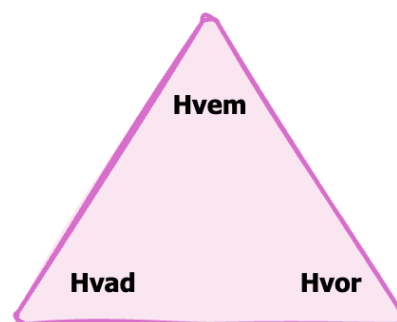
I anden iteration var hensigten at jeg med min nye opnåede forforståelse som jeg erhvervede efter min analyse og fortolkning i første iteration, ville finde relevante aspekter inden for mine to områder. Første iteration hjalp mig til at udvide min søgning med flere relevante begreber. I anden iteration valgte jeg en rimelig åben tilgang til min søgning for at finde så meget relevant litteratur som muligt. Min søgning ville tage udgangspunkt i mine nøglebegreber, samt læsefokuserede spørgsmål inden for hver af de to områder.

Systematisk databasesøgning

I anden iteration valgte jeg en systematisk databasesøgning, med udgangspunkt i relevante nøglebegreber og synonyme søgeord, fra første iteration til at finde ny relevant litteratur. Jeg kunne på den måde bruge databasesøgningen målrettet og kvalificeret.

I min søgning benyttede jeg mig af databasen AU Library (Det Kongelige Bibliotek), som både indeholder danske og internationale publikationer, og her kan anvendes både danske og engelske søgeord. Jeg anvendte også databasen ERIC, der primært består af internationale publikationer. Jeg udvalgte engelske og danske søgeord, som var relevante for mine søgninger.

Som ramme for min søgning anvendte jeg søgetrekanten (figur D), som vi blev introduceret for ved bibliotekets informationsseminar, samt søgestrengene med boolske operatorer.



Figur D: Søgetrekant

Kortlægning og klassificering

Efter udvælgelsen blev litteraturen læst i fuld tekst og jeg skrev noter til de enkelte publikationer. Jeg tog udgangspunkt i mine læsefokuserede spørgsmål, som dannede grundlag for min læsning og fandt både nye og allerede eksisterende kategorier på begge mine områder

Forældres matematikrelaterede beliefs

I figur E fremgår danske og engelske søgeord, som jeg fandt relevante i min søgning og som jeg tog udgangspunkt i da jeg skulle lave min søgestreng til AU Library og ERIC. Jeg brugte en trunkering af de fleste begreber, for at få forskellige endelser af ordstammen med.

Engelsk	Dansk
Belief* (beliefs, belief)	Overbevis* (overbevisning, overbevisninger)
Affect* (affect, affects)	Holdning* (holdninger)
Attitude* (attitude, attitudes)	Opfattels* (opfattelse, opfattelser)
Orientation* (orientation, orientations)	Mindset
Mindset	
Parent* (parent, parents, parental)	Foræld* (forælder, forældre)
Home*	Hjem* (hjemme)
Math* (mathematics, math-related)	Matematik* (Matematikrelaterede)

Figur E: Søgeord til databasesøgning på forældres matematikrelaterede beliefs.

I min søgning på AU Library endte jeg med kun at medtage en dansk søgning. Grunden til dette var at da jeg søgte med søgestrengen:

math AND (parent* OR home*) AND (belief* OR attitude* OR affect* OR orientation* OR mindset*)*

fik jeg 7.636 publikationer. Dette var til trods for at jeg i min søgning kun inkluderede publikationer der var peer-reviewed, publikationer der var udgivet inden for de sidste 10 år, samt at søgningen kun foregik i titel og abstract og ikke i fuld tekst.

Jeg forsøgte mig i stedet med en dansk søgning med følgende søgestreng:

matematik OG (foræld* ELLER hjem*) OG (belief* ELLER overbevis* ELLER holdning* ELLER opfattels* ELLER mindset*)*

og fik i alt 39 publikationer. Ved at sortere specialeafhandlinger fra, endte jeg på 26 publikationer. Jeg læste abstracts og vurderede på baggrund af det, at jeg kunne tage 6 publikationer med videre som muligvis kunne have relevans. De øvrige 20 publikationer blev fravalgt efter jeg havde dannet mig et overblik over publikationernes indhold. Ved nærlæsning af de 6 publikationer fandt jeg til sidst 2 publikationer der kunne have relevans for mit emne. De øvrige sorterede jeg fra da de ikke beskæftigede sig med forældrenes beliefs. Min søgning i AU Library gav således følgende resultat, se figur F.

Søgestreng AU Library	Samlet antal publikationer	Udvalgte publikationer
matematik* OG (foræld* ELLER hjem*) OG (belief* ELLER overbevis* ELLER holdning* ELLER opfattels* ELLER mindset*)	26	2

Figur F: Søgestreng til forældres matematikrelaterede beliefs anvendt på AU Library

I min søgning i ERIC anvendte jeg følgende søgestreng:

noft(math AND (parent* OR home*) AND (belief* OR attitude* OR affect* OR orientation* OR mindset*))*

Jeg fik 194 publikationer som jeg læste abstracts på og kunne udvælge 30 publikationer som jeg vurderede at jeg skulle læse nærmere. Jeg skimmede de 30 publikationer og fandt 13 publikationer som havde relevans for mig. Jeg valgte også her kun at anvende artikler der var peer-reviewed, samt nyere artikler, der var udgivet inden for de seneste 10 år.

Min søgning i ERIC gav således følgende resultat, se figur G.

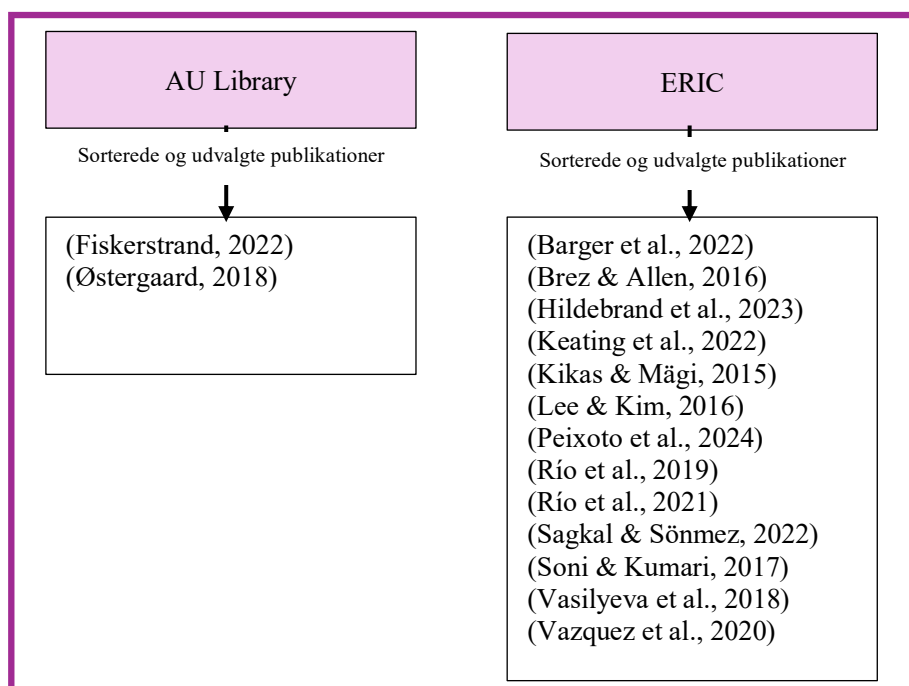
Søgestreng ERIC	Samlet antal publikationer	Udvalgte publikationer
noft(math* AND (parent* OR home*) AND (belief* OR attitude* OR affect* OR orientation* OR mindset*))	194	13

Figur G: Søgestreng til forældres matematikrelaterede beliefs anvendt på ERIC

Jeg prioriterede at anvende ERIC til søgning af udenlandsk litteratur og AU Library til søgning af dansk og nordisk litteratur. Min søgning resulterede i en samlet mængde på 220 publikationer. Alle publikationer har med afsæt i titel og abstract været igennem en screeningsproces med følgende inklusions- og eksklusionskriterier:

- Jeg inkluderede publicerede fagfælle-bedømte (peer-reviewed) artikler, bøger, rapporter, konferencepapirer, ph.d afhandlinger, men ekskluderede anmeldelser og uddannelsesopgaver som specialer, master- og bacheloropgaver.
- Jeg inkluderede publikationer på dansk, svensk, norsk og engelsk og ekskluderede alle andre sprog.
- Jeg inkluderede publikationer der omhandlede forældres matematikrelaterede beliefs og ekskluderede publikationer der udelukkende omhandlede lærer- og elevbeliefs.
- Matematikrelaterede beliefs sættes ofte i relation til matematikangst, køn samt elevernes påvirkning af forældres beliefs. Jeg ekskluderede derfor publikationer der udelukkende omhandlede matematikangst og køn.

Efter anvendelse af ovenstående kriterier var der 36 publikationer tilbage. Jeg skimmelæste publikationerne og ekskluderede yderligere 21 publikationer. Det samlede antal publikationer til fuldtekstlæsning blev således 15 som fremgår af figur H.



Figur H: Oversigt over sorterings- og udvælgelsesfasen i 2. iteration i forældres matematikrelaterede beliefs.

De 15 publikationer blev nærlæst og jeg skrev noter til. Jeg fandt i læsningen både nye og eksisterende perspektiver til mine kategorier, og blev bekræftet i at mine læsefokuserede spørgsmål fortsat var relevante.

De er således fortsat:

- *Hvilke forestillinger har forældre om, hvordan god matematikundervisning bør tilrettelægges og gennemføres?*
- *Hvilke opfattelser har forældre om egne evner og erfaringer med matematik?*
- *Hvordan kommer forældres egne overbevisninger om matematik til udtryk i deres måde at tale om og engagere sig i deres barns læring?*
- *Hvordan ser forældrene på matematik som et fag og en disciplin der er nødvendig i samfundet?*

Jeg fremsøgte i denne iteration yderligere aspekter og argumenter for min kategorisering. Jeg opnåede et større overblik over de opstillede temaer og de tilhørende perspektiver. Jeg har gennem den første og anden iteration identificeret centrale tekster og forskere på området om forældres matematikrelaterede beliefs.

Regnestrategier

I figur I fremgår de danske og engelske søgeord, som jeg fandt relevante i min søgning om regnestrategier. Disse tog jeg udgangspunkt i, da jeg skulle lave min søgestreng til henholdsvis AU Library og ERIC. Jeg valgte også her at bruge en trunkering af de fleste begreber, for at få forskellige endelser af ordstammen.

Engelsk	Dansk
Calculation	Regnestrategi
Arithmetic* (arithmetics)	Aritmetik
Numeracy	Regnefærdighed* (regnefærdigheder)
Operation* (operations)	Operation* (operationer)
Princip* (principles)	Princip* (principper)
Strateg* (strategy, strategies)	Strategi* (strategier)

Figur I: Danske og engelske søgeord til databasesøgning på regnestrategier

Min erfaring fra det tidligere review om kun at anvende AU Library til dansk søgning holdt også stik her.

Da jeg søgte på den engelske søgestreng:

(Calculation OR Arithmetic* OR Numeracy) AND (Operation* OR Princip* OR Strateg*) AND (primary* OR elementary* OR secondary*)*

fik jeg 36.548 publikationer. Ved kun at inkludere peer-reviewed, de seneste 10 år samt at søgningen kun foregår i titel og abstract og ikke i fuld tekst, fik jeg på 9903 publikationer. Igen vurderede jeg at jeg udelukkende skulle bruge AU Library til danske og nordiske søgninger og bruge ERIC til international litteratur.

Jeg forsøgte mig med en dansk søgning med følgende søgestreng:

Matematik OG (Aritmetik* ELLER Regnefærdighed* ELLER regnestrategi*) OG (Operation* ELLER Princip* ELLER Strategi*) OG (Folkeskole* ELLER Indskoling*)*

Jeg fik 4 publikationer. Umiddelbart kan det synes lavt, men ved at prøve forskellige tilpasninger i min søgestreng, vurderede jeg at dette er acceptabelt, da det fortsat er et lille forskningsområde indenfor dansk litteratur.

Der var her ikke brug for at sortere yderligere i publikationerne og jeg læste abstracts på alle fire publikationer. Ud af de fire publikationer vurderede jeg at tre publikationer var relevante for mig. Min søgning i AU Library gav således følgende resultat, se figur J.

Søgestreng AU Library	Samlet antal publikationer	Udvalgte publikationer
Matematik* OG (Aritmetik* ELLER Regnefærdighed* ELLER regnestrategi*) OG (Operation* ELLER Princip* ELLER Strategi*) OG (Folkeskole* ELLER Indskoling*)	4	3

Figur J: Søgestreng til regnestrategier anvendt på AU Library

I min søgning i ERIC anvendte jeg følgende søgestreng:

noft(Calculation OR Arithmetic* OR Numeracy) AND (Operation* OR Princip* OR Strateg*) AND (primary* OR elementary* OR secondary*)*

Jeg fik 297 publikationer, ved udelukkende at vælge peer-reviewed og de seneste 10 års publikationer endte jeg på 61 publikationer. Jeg skimmede de 61 publikationer og fandt 13 publikationer som havde relevans.

Min søgning i ERIC gav således følgende resultat, se figur K.

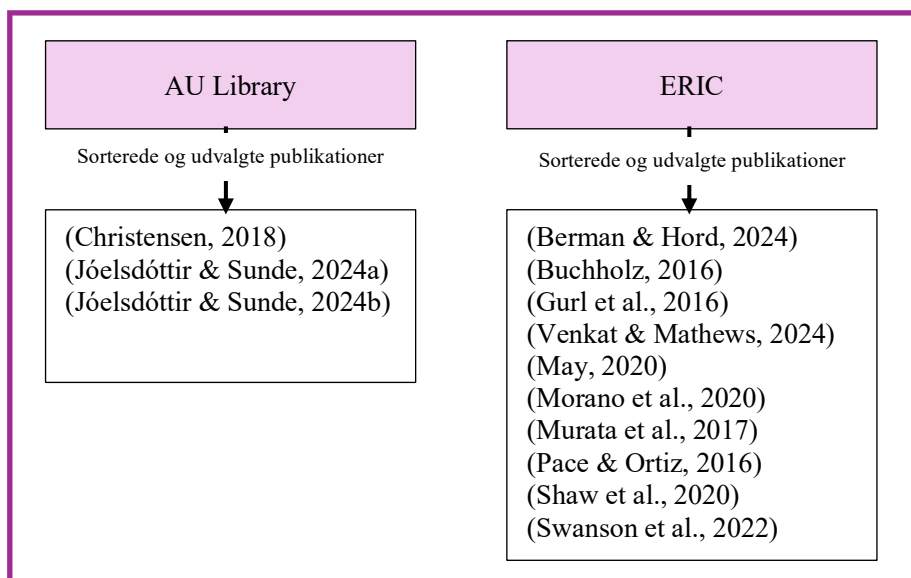
Søgestreng ERIC	Samlet antal publikationer	Udvalgte publikationer
(Calculation* OR Arithmetic* OR Numeracy) AND (Operation* OR Princip* OR Strateg*) AND (primary* OR elementary* OR secondary*)	297	13

Figur K: Søgestreng til regnestrategier anvendt på ERIC

Min søgning resulterede i en samlet mængde på 301 publikationer. Alle publikationerne havde også her med afsæt i titel og abstract, været igennem en screeningsproces med følgende inklusions- og eksklusionskriterier:

- Jeg inkluderede publicerede fagfælle-bedømte (peer-reviewed) artikler, bøger, rapporter, konferencepapirer, ph.d.-afhandlinger, men ekskluderede anmeldelser og uddannelsesopgaver som specialer, master- og bacheloropgaver.
- Jeg inkluderede publikationer på dansk, svensk, norsk og engelsk og ekskluderede alle andre sprog.
- Jeg inkluderede publikationer omhandlende generelle anbefalinger og principper om regnestrategier, men ekskluderede publikationer omhandlende problemløsningsstrategier, helt konkrete beskrivelser af forskellige strategier, og strategier til udvikling af talforståelse.
- Jeg inkluderede enkelte publikationer med specifikke forløb, for derudaf at drage generelle anbefalinger for undervisningen.

Efter anvendelse af ovenstående kriterier var der 21 publikationer tilbage. Jeg skimmelæste publikationerne og ekskluderede yderligere 8 publikationer. Det samlede antal publikationer til fuldtekstlæsning blev således 13, og disse fremgår af figur L.



Figur L: Oversigt over sorterings- og udvælgelsesfasen i 2. iteration.

De 13 publikationer blev nærlæst og jeg skrev noter til. Jeg fandt i læsningen både nye og eksisterende perspektiver til mine udvalgte kategorier, og blev bekræftet i at hovedkategorierne for TDS fortsat er relevante for min kategorisering og mine læsefokuserede spørgsmål. Mine læsefokuserede spørgsmål er således fortsat:

- *Hvordan kan læreren støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i de didaktiske situationer?*
- *Hvordan udvikler og afprøver eleverne egne regnestrategier når de arbejder selvstændigt i didaktiske situationer?*
- *Hvordan kan fælles opsamling bruges til at udvikle elevernes strategiforståelse?*

Jeg fremsøgte i denne iteration yderligere aspekter og argumenter for min kategorisering. Jeg opnåede et større overblik over de opstillede temaer og tilhørende perspektiver. Jeg har gennem den første og anden iteration identificeret centrale tekster og forskere på området om undervisning i regnestrategier.

Bilag 3: Tredje iteration af mit hermeneutiske litteraturreview

I dette afsnit vil jeg starte med at introducere hensigten med min tredje, og derved også sidste iteration. Jeg vil for hver af mine områder redegøre for søgeprocessen og afslutningsvis vil jeg lave en kortlægning og klassificering af mine fund.

Introduktion til tredje iteration

Jeg fandt i min anden iteration et bredt udvalg af kategorier inden for mine to valgte områder. Hensigten med den tredje iteration var ikke at finde flere kategorier, men derimod at opnå en større forståelse af henholdsvis forældres matematikrelaterede beliefs og undervisning med regnestrategier. Intentionen med denne iteration var at opnå en dybere forståelse og sammenholde med mine fund fra første og anden iteration.

Kædesøgning

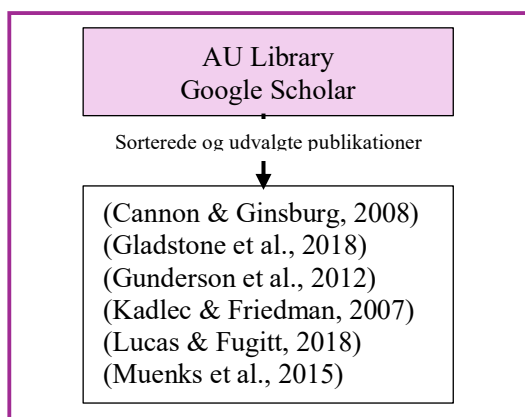
I tredje iteration gjorde jeg brug af *kædesøgning* som (Boell & Cecez-Kecmanovic, 2014) anbefaler til at finde andre relevante tekster inden for samme tema. Helt konkret brugte jeg *citationssøgning*, hvor jeg tog udgangspunkt i referencer fra publikationer fra første og anden iteration. Her kunne jeg finde publikationer som ikke var dukket op i min systematiske databasesøgning. Jeg brugte også de nye publikationers referencer til at finde mere relevant litteratur, hvilket er det (Boell & Cecez-Kecmanovic, 2014) kalder for *sneboldsøgning*. Særligt i sneboldsøgningen blev jeg opmærksom på relevante forskere der gik igen og som gav anledning til yderligere søgning under deres navn. Til at finde og hente de nye publikationer brugte jeg primært AU Library og Google Scholar.

Kortlægning og klassificering

I tredje iteration fandt jeg via kædesøgningen relevante forskere og publikationer som jeg læste i fuld tekst og skrev noter til. Jeg havde særligt i tredje iteration fokus på at få kvalificeret allerede udvalgte kategorier. Jeg tog også her udgangspunkt i mine læsefokuserede spørgsmål inden for de to områder, som grundlag for min læsning, så jeg kunne udarbejde min endelige kortlægning og klassificering.

Forældres matematikrelaterede beliefs

Min kædesøgning om forældres matematikrelaterede beliefs førte mig til yderligere 6 publikationer, hvilket fremgår af figur M.

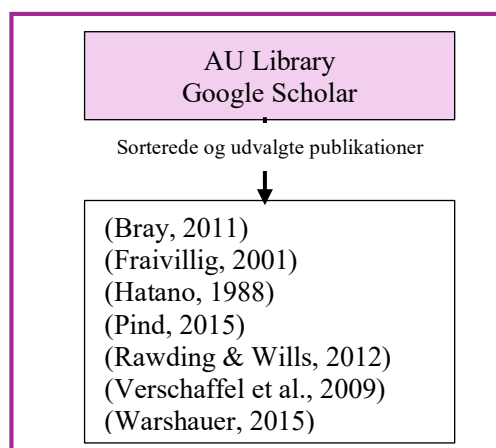


Figur M: Oversigt over sorterings- og udvælgelsesfasen i 3. iteration.

Det lykkedes mig i denne iteration at finde yderligere argumenter for mine fire kategorier. Jeg opnåede større forståelse og yderligere argumentation for de identificerede kategorier i første og anden iteration. Det blev ekstra tydeligt for mig i denne iteration at mange af de beliefs jeg havde kategoriseret, særligt har forbindelse til om forældre har et mindset baseret på indsats eller evne om matematik. Jeg havde i denne iteration særlig fokus på relevante forskere på området og kan nu på baggrund af mine noter og kortlægningsskema illustrere et samlet overblik over mine fire kategorier og de fundne beliefs.

Regnestrategier

Min kædesøgning indenfor regnestrategier førte til yderligere 7 publikationer, hvilket fremgår af figur N.



Figur N: Oversigt over sorterings- og udvælgelsesfasen i 3. iteration.

I denne iteration det lykkedes det mig at finde yderligere argumenter for mine tre kategorier. Jeg opnåede større forståelse og yderligere argumentation for de identificerede kategorier, men jeg oplevede særligt i denne iteration at publikationerne kunne bidrage til spørgsmålet om *hvordan læreren kan støtte elevernes arbejde gennem de forskellige faser i de didaktiske situationer?* Det blev tydeligt for mig at sociomatematiske normer var nødvendige som en kategori for sig, på trods af at det er grundlaget for arbejdet med TDS. Ligesom jeg valgte at slå formulering og validering sammen, da temaerne inden for disse kategorier overlapper. Jeg har i denne iteration haft særlig fokus på relevante forskere på området og kan på baggrund af mine noter og kortlægningsskema illustrere et samlet overblik over anbefalinger af undervisning med regnestrategier set i lyset af TDS.

Endelig kortlægning og klassificering

I første iteration opstillede jeg læsefokuserede spørgsmål inden for begge af mine områder. Undervejs skrev jeg noter til alle relevante publikationer og udfyldte et kortlægningsskema over litteraturen for hver af de to områder; *forældres matematikrelaterede beliefs* og *regnestrategier*. Kortlægningsskemaerne er lavet på baggrund af mine læsefokuserede spørgsmål og de overordnede kategorier som jeg har inddelt efter. Spørgsmålene blev formuleret ud fra de temaer der kom til udtryk og blev udgangspunktet for de efterfølgende søgninger. I anden og tredje iteration blev min forståelse, de læsefokuserede spørgsmål, samt de kategorier jeg opstillede på baggrund af spørgsmålene udviklet og specificeret og det vil danne grundlag for min analyse. Jeg vil derfor præsentere den specifikke kortlægning og klassificering inden for de to emner i starten af hver af de to analysekapitler, henholdsvis kapitel 5 og 6.

